15

312hi15

विद्युत आवेश एवं विद्युत क्षेत्र

अभी तक आपने यांत्रिक, तापीय और प्रकाशिकी तंत्रों तथा उनके द्वारा दर्शाई गई विभिन्न घटनाओं के बारे में सीखा। अब आप विद्युत और चुम्बकीय घटनाओं के बारे में जानकारी प्राप्त करेंगे। हमारे दैनिक जीवन में विद्युत का महत्व स्पष्ट है। हम जिन भौतिक सुविधाओं का आनन्द उठाते हैं और हमारे दैनिक जीवन में जो युक्तियाँ प्रयुक्त होती हैं वे सब ऊर्जा की उपलब्धता पर निर्भर करती हैं। विद्युत ऊर्जा का विफलन इस बात को निश्चित रूप से स्पष्ट कर देता है कि हम इस पर कितने आश्रित है। विद्युत के बिना अंधेरा हो जाता है, गर्मियों में पंखे, कूलर एवं वातानुकूलन यंत्र और जाड़ों में ऊष्मक (हीटर) गीजर आदि निष्क्रिय हो जाते हैं। इसी प्रकार इसके बिना रेडियो, टी.वी., कम्प्यूटर, माइक्रोवेव्ज को संचालित नहीं किया जा सकता है। पानी के पम्प काम करना बंद कर देते हैं, खेतों में सिंचाई नहीं हो पाती। यहाँ तक कि विद्युत विफलन से रेल सेवाएँ भी प्रभावित होती हैं। इसके अभाव में औद्योगिक इकाइयों में मशीनें नहीं चल सकतीं। संक्षेप में, जीवन एकदम ठप हो जाता है और इससे कभी-कभी सार्वजनिक रोष भी भड़क उठता है। इसलिए विद्युत और चुम्बकीय घटनाओं का अध्ययन अत्यंत आवश्यक है।

इस पाठ में आप दो प्रकार के विद्युत आवेशों के बारे में पढ़ेंगे, और साथ ही अलग-अलग परिस्थितियों में उनका व्यवहार, उनमें कार्यरत बल एवं उनके चारों ओर दिक्-स्थान आदि का भी अध्ययन कर सकेंगे। इसे यदि और स्पष्ट रूप से कहें तो हम भौतिकी की उस शाखा का अध्ययन करना चाहते हैं जो स्थिर आवेशों से संबंधित है। इस शाखा को **विद्युत स्थैतिकी** कहते हैं।

उद्देश्य

इस पाठ के अध्ययन के बाद आप

- विद्युत आवेश के मूल गुणों का कथन कर सकेंगे;
- क्वांटीकरण और आवेश संरक्षण की संकल्पनाओं की व्याख्या कर सकेंगे;
- आवेशों के बीच लगने वाले बल के नियम (कूलॉम नियम) की व्याख्या कर सकेंगे;
- एक स्थिर आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र को परिभाषित कर सकेंगे और विद्युत-बल रेखाएँ खींच सकेंगे;

टिप्पणियाँ

- वैद्युत द्विध्रुव, द्विध्रुव-आघूर्ण और द्विध्रुव के विद्युत क्षेत्र को परिभाषित कर सकेंगे;
- गौस प्रमेय का कथन कर सकेंगे और इसका उपयोग करके एक बिंदु आवेश, लंबे आवेशित तार, एक समान रूप से आवेशित गोलाकार कोश व आवेशित पट्टी के कारण उत्पन्न विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक प्राप्त कर सकेंगे; और
- वान डे ग्राफ़ जनित्र की कार्य विधि का वर्णन कर सकेंगे।

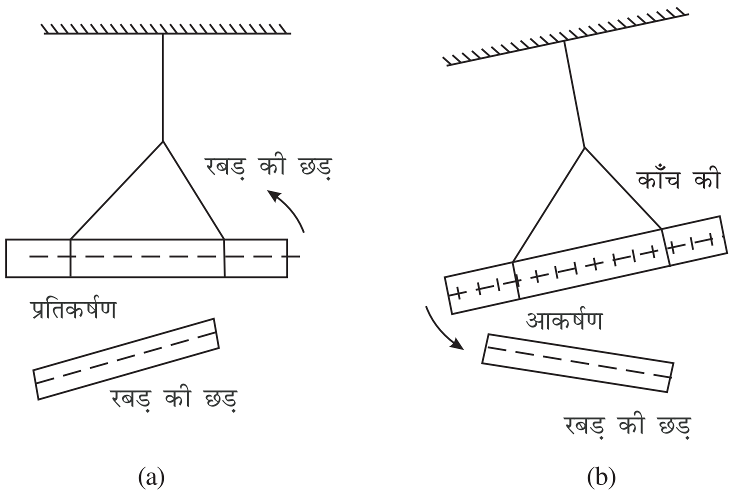
15.1 घर्षण विद्युत

प्राचीन यूनानियों को ईसा से 600 वर्ष पूर्व भी विद्युत और चुम्बकीय घटनाओं के बारे में जानकारी प्राप्त थी। उन्होंने पाया कि कहरूवा (Amber) के टुकड़े को जब फर या ऊन से रगड़ते हैं तो वह छोटे-छोटे परों को आकर्षित करने लगता हैं। ग्रीक भाषा में कहरूवा (Amber) के लिए इलेक्ट्रॉन (Electron) शब्द प्रयुक्त होता है, जिससे इलेक्ट्रिसिटी (विद्युत) शब्द की व्युत्पत्ति हुई है।

आप आवेशों के अस्तित्व और उनके बीच लगने वाले बलों को दर्शाने के लिए एक सरल प्रयोग कर सकते हैं। यदि आप अपने सूखे बालों में कंघी करें तो पायेंगे कि कंघी छोटे कागज के टुकड़ों को अपनी ओर आकर्षित करने लगती है। क्या आप जानते हैं कि ऐसा कैसे होता है? आइए, इसके लिए हम दो प्रयोग करते हैं।

क्रियाकलाप 15.1

एक सख्त रबड़ की छड़ लें और इसे फर या ऊन से रगड़ें, फिर एक शीशे की छड़ लें और उसे रेशम से रगड़ें। अब अधात्वीय डोरियों से उन्हें अलग-अलग लटकाएं जैसा कि चित्र 15. 1 में दर्शाया गया है।



चित्र 15.1: आवेशों के बीच आकर्षण/प्रत्याकर्षण बल (a) एक आवेशित रबड़ की छड़ दूसरी आवेशित रबड़ की छड़ को प्रतिकर्षित करती है। समान आवेश (सजातीय आवेश) एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं। (b) एक आवेशित रबड़ की छड़ एक आवेशित काँच की छड़ को आकर्षित करती है। असमान (विजातीय) आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

अब एक रबड़ की छड़ को ऊन से रगड़कर इन छड़ों के पास क्रमश: लाएँ। आप अवलोकित करेंगे कि–

- जब एक आवेशित रबड़ की छड़ को एक निलंबित आवेशित रबड़ की छड़ के समीप लाते हैं, तो वे प्रतिकर्षण दर्शाते हैं, [चित्र 15.(a)]
- जब एक आवेशित रबड़ की छड़ को एक निलंबित आवेशित काँच की छड़ के पास लाते हैं, तो वे आकर्षण दर्शाते हैं। इसी प्रकार के परिणाम एक आवेशित काँच की छड़ को पास लाने पर भी प्राप्त होंगे–

इन प्रेक्षणों के आधार पर हम कह सकते हैं कि–

- एक आवेशित रबड़ की छड़ एक आवेशित काँच की छड़ को आकर्षित करती है और आवेशित रबड़ की छड़ को प्रतिकर्षित करती है।
- एक आवेशित काँच की छड़ दूसरी काँच की आवेशित छड़ को प्रतिकर्षित करती है लेकिन रबड़ की छड़ को आकर्षित करती है।

उपर्युक्त क्रियाकलापों से हम अनुमान लगा सकते हैं कि रबड़ की छड़ ने एक प्रकार की विद्युत प्राप्त की और काँच की छड़ ने दूसरी प्रकार की। इसके अतिरिक्त सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।

बेंजामिन (बेंजामिन फ्रेंकलिन, 1706-1790) ने सुझाव दिया कि काँच की छड़ पर आवेश को धनात्मक और रबड़ की छड़ पर आवेश को **ऋणात्मक** कहा जाए। यह चिह्न परंपरा तभी से चली आ रही है। एक बार एक वस्तु घर्षण द्वारा आवेशित हो जाती है, तो इसकी सहायता से दूसरी चालक वस्तुओं को दो विधियों से आवेशित किया जा सकता है।

(1) चालन द्वारा अर्थात् एक आवेशित वस्तु को अनावेशित वस्तु से स्पर्श कराकर

(2) प्रेरण द्वारा अर्थात् एक आवेशित वस्तु को अनावेशित वस्तु के समीप लाकर और इसे भूसंपर्कित (earthing) करके तथा एक साथ आवेशित वस्तु और भूसंपर्क को हटा कर।

15.1.1 आवेश का संरक्षण

क्रियाकलाप 5.1 में आपने देखा कि जब एक काँच की छड़ को रेशम से रगड़ा जाता है, तो छड़ धनावेशित हो जाती है और रेशम ऋणावेशित हो जाता है। चूँकि दोनों वस्तुएँ सामान्य स्थिति में उदासीन (आवेश रहित) हैं, अत: काँच की छड़ का धनावेश व रेशम में ऋणावेश परिमाण में बराबर होने चाहिएं। अर्थात् तंत्र (काँच + रेशम) का कुल आवेश संरक्षित रहता है। न तो यह उत्पन्न किया जा सकता है और न ही नष्ट। यह केवल तंत्र (काँच + रेशम) की एक वस्तु से दूसरी वस्तु में स्थानांतरित होता है। आवेश का स्थानांतरण तंत्र की तापीय ऊर्जा में वृद्धि के कारण होता है। काँच की छड़ में कम मजबूती से जुड़े इलेक्ट्रॉन रेशम की ओर स्थानांतरित होते हैं। काँच की छड़ (इलेक्ट्रॉनों की कमी के कारण) धनावेशित हो जाती हैं और रेशम इलेक्ट्रॉनों की अधिकता के कारण ऋणावेशित हो जाती है। जब रबड़ को फर से रगड़ा जाता है, तो फर से इलेक्ट्रॉन रबड़ की ओर स्तानांतरित होते हैं, अर्थात् रबड़ ऋणावेश प्राप्त करता है और

फर समान मात्रा का धनावेश प्राप्त करता है। धनावेश और ऋणावेश के अलावा और कोई आवेश आज तक नहीं पाया गया।

15.1.2 आवेश का क्वान्टमीकरण

1909 में मिलिकन (रॉबर्ट मिलिकन, 1886-1953) ने प्रयोग द्वारा यह सिद्ध किया कि कोई भी आवेश एक निश्चित न्यूनतम आवेश (मूलभूत मात्रक) का पूर्णांकीय गुणज होता है । यह मूलभूत मात्रक इलेक्ट्रॉन का आवेश है, इसका मान 1.6×10^{-19} कूलॉम है। इसका आशय यह है कि किसी वस्तु का आवेश Q हो तो इसे $Q = Ne$ की भांति लिया जा सकता है जहाँ N एक पूर्णांक है और e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। इसका अर्थ यह हुआ कि किसी आवेशित वस्तु में 2.5 e या 6.4 e मात्रा का आवेश नही ंहो सकता। मिलिकॉन के समय में कुछ प्रयोगों में यह दर्शाया गया कि आवेश इलेक्ट्रॉन में $-e$ और प्रोटॉन में $+e$ होता है। न्यूट्रॉन में कोई आवेश नहीं होता है। प्रत्येक परमाणु में समान संख्या में इलेक्ट्रॉन और प्रोट्रॉन होते हैं और इसलिए यह उदासीन होता है।

- प्रकृति में केवल दो प्रकार के आवेश पाए जाते हैं–धनात्मक और ऋणात्मक।
- सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।
- आवेश संरक्षित रहता है।
- आवेश क्वान्टमीकृत होता है।

पाठगत प्रश्न 15.1

1. एक काँच की छड़ रेशमी कपड़े से रगड़े जाने पर एक आवेश $q = +3.2\times10^{-17}$ C प्राप्त करती है।

   (i) क्या रेशम का कपड़ा भी आवेशित होता है?

   (ii) रेशम के कपड़े में आवेश की प्रकृति और मात्रा क्या है?

2. दो समान धात्वीय गोले A और B है। A को +Q आवेश दिया जाता है। दोनों गोले तब संपर्क में लाए जाते हैं और अलग कर दिये जाते हैं:

   (i) क्या B में कोई आवेश होगा?

   (ii) यदि यह A के संपर्क में लाने से आवेशित होता है तो इसमें आवेश की मात्रा क्या होगी?

3. एक आवेशित वस्तु का आवेश $q = 4.8 \times 10^{-16}$ C है। वस्तु में मूलभूत आवेश की कितनी इकाइयाँ हैं? ($e = 1.6 \times 10^{-19}$ C ले सकते हैं)

15.2 कूलॉम का नियम

आपने सीखा कि दो स्थिर आवेश या तो एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं या प्रतिकर्षित। उनके बीच में उनकी प्रकृति के अनुसार आकर्षण या प्रतिकर्षण बल कार्य करता है। कूलॉम ने 1785 में इस बल की प्रकृति का अध्ययन किया और इसको निर्धारित करने वाले एक नियम की स्थापना की। उनके प्रायोगिक प्रेक्षण दर्शाते हैं कि दो स्थिर बिंदु आवेशों q_1 और q_2 के बीच कार्य करने वाला विद्युत बल–

- उनके परिमाण के गुणन के अनुक्रमानुपाती है;
- उनके बीच की दूरी r के वर्ग के प्रतिलोमानुपाती होता है।
- दोनों आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश कार्य करता है।
- सजातीय आवेशों के लिये प्रतिकर्षी (धनात्मक) और विजातीय आवेशों के लिये आकर्षी (ऋणात्मक) होता है।

बल F की मात्रा इस प्रकार व्यक्त की जा सकती है:

$$F = k\,\frac{q_1 \times q_2}{r^2} \qquad (15.1)$$

निर्वात के लिए

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2} \qquad (15.2)$$

जहाँ पर k नियतांक है; (निर्वात के लिए) $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}$ और एक द्रव्य माध्यम के लिए $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon}$ यहाँ ε_0 निर्वात की एवं ε माध्यम की विद्युतशीलता है। इसका आशय यह है कि यदि आवेशों के एक ही तंत्र को भिन्न द्रव्य माध्यमों में रखा जाए, तो कूलॉम बल का परिमाण भिन्न होगा।

स्थिरांक k का मान संबंधित राशियों के मात्रकों पर निर्भर करता है। SI पद्धति में आवेश मात्रक कूलॉम (C) है। कूलॉम को धारा के मात्रक एम्पीयर के पदों में परिभाषित किया जाता है, जिसका उल्लेख बाद में किया जाएगा। SI पद्धति में k का मान

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \times 10^9\ \frac{\text{N m}^2}{\text{C}^2} \qquad (15.3)$$

चूँकि $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \text{C}^2\,\text{N}^{-1}\,\text{m}^{-2}$.

इस प्रकार 1 कूलॉम आवेश को इस प्रकार परिभाषित किया जा सकता है: यदि 1 मीटर दूरी से पृथक्कृत दो समान मात्रा के सजातीय बिन्दु आवेशों के बीच 9×10^9 N का प्रतिकर्षण बल लगता है, तो प्रत्येक आवेश का परिमाण 1 कूलॉम होता है।

इलेक्ट्रॉन के आवेश का मान 1.60×10^{-19} C होता है।

ध्यान दें

- कि कूलॉम का नियम भी न्यूटन के गुरुत्वाकर्षण नियम (जिसे आप अध्याय 6 में पढ़ चुके हैं) की भांति व्युत्क्रम वर्ग नियम है।
- कूलॉम का नियम केवल बिन्दु आवेशों के लिए लागू होता है।
- यांत्रिक बलों के विपरीत कूलॉम बल दूरी पर लागू होता है।

एक कूलॉम कितना बड़ा होता है?

विद्युत आवेश का मात्रक कूलॉम है। क्या आपने कभी सोचा है कि एक कूलॉम कितना बड़ा होता है? इसका पता लगाने के लिये हम एक कूलॉम परिमाण के दो आवेशों के बीच लगने वाले बल का परिमाण ज्ञात करते हैं, जिनको एक-दूसरे से 1 मीटर की दूरी पर रखा गया है।

$$|\mathbf{F}| = k \times \frac{q_1 \times q_2}{r^2}$$

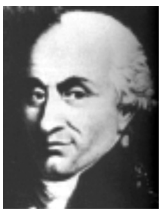
$$= 9.0 \times 10^9 \times \frac{1 \times 1}{1^2}$$

$$= 9.0 \times 10^9 \approx 10^{10}\,\text{N}$$

यदि यात्रियों से भरी बस का द्रव्यमान 5000 kg है, बस का भार $mg = (5000 \times 10)$ N (यहाँ g का मान 10 m s^{-2} मान लिया गया है) $= 5 \times 10^4$ N

अब मान लेते हैं कि दिल्ली में ऐसी 10,000 भारी बसें हैं। इन सभी बसों का कुल भार $5 \times 10^4 \times 10{,}000 = 5 \times 10^8$ N होगा यदि 10 शहरों में इतनी ही संख्या में बसें हों, तो इन बसों का कुल भार 5×10^9 N होगा। यह भार उस बल का आधा है जो 1 m की दूरी पर रखे 1C के दो बिन्दु आवेशों के बीच लगता है।

चार्ल्स आगस्टिन डे कूलॉम
(1736–1806)



फ्रांसीसी भौतिक शास्त्री, कूलॉम ने अपना कैरियर एक सैन्य अभियन्ता के रूप में वेस्टइंडीज में प्रारंभ किया। उन्होंने एक ऐंठन तुला (टॉर्सन बैलेंस) का आविष्कार किया और इसका उपयोग आवेशों और चुम्बकों के बीच की अंत:क्रिया की प्रकृति के निर्धारण संबंधी प्रयोगों में किया। उन्होंने इन प्रयोगों के परिणामों को कूलॉम के स्थिर वैद्युतीय व स्थिर चुम्बकीय नियमों के रूप में निरूपित किया।

अब आप जानते है कि निर्वात में r दूरी से पृथक्कृत आवेशों q_1 और q_2 के बीच निर्वात में एवं द्रव्य माध्यम में बलों का अनुपात $\varepsilon/\varepsilon_0$ है।

$$\frac{F_0 \text{ (निर्वात में)}}{F \text{ (माध्यम में)}} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} = \varepsilon_r$$

जहाँ पर ε_r को आपेक्षिक विद्युतशीलता या परावैद्युतांक कहते हैं। इसका मान हमेशा 1 से अधिक होताहै। हम परावैद्युतांक को दूसरे रूप में आगे चलकर परिभाषित करेंगे।

15.2.1 कूलॉम के नियम का सदिश रूप

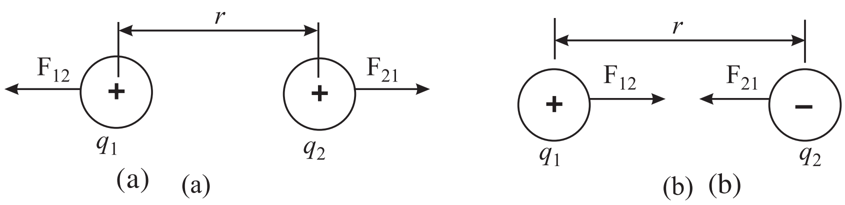
आप जानते हैं कि बल एक सदिश राशि है। इसका अर्थ यह हुआ कि दो आवेशों के बीच के बल को एक सदिश द्वारा दर्शाया जाना चाहिए। अर्थात् समीकरण (15.1) को सदिश रूप में व्यक्त किया जाना चाहिए। आपको यह भी याद रखना चाहिए कि कूलॉम का नियम केवल **बिंदु आवेशों** के लिए ही समुचित है।

माना दो आवेश q_1 और q_2 एक-दूसरे से r दूरी से पृथक्कृत हैं (चित्र 15.2)। माना $\mathbf{F}_{12}$ आवेश q_1 पर आवेश q_2 के कारण बल को इंगित करता है और $\mathbf{F}_{21}$ ओवश q_2 पर आवेश q_1 के कारण बल को इंगित करता है। माना हम एक इकाई सदिश को, जो कि q_1 से q_2 दिशा में है, $\hat{\mathbf{r}}_{12}$ से दर्शाते हैं। तब चित्र [15.2 (a)] से

$$\mathbf{F}_{12} = k\,\frac{q_1\,q_2}{|r_{12}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (15.4)$$

इसी प्रकार चित्र 15.2(b) में दर्शाए गये आवेशों के लिए

$$\mathbf{F}_{12} = -\,k\,\frac{q_1\,q_2}{|r_{12}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} \qquad (15.5)$$



चित्र 15.2: r दूरी द्वारा पृथक्ककृत दो बिंदु आवेश q_1 तथा q_2 (a) दो धनात्मक आवेशों के बीच प्रतिकर्षण बलों की दिशा, (b) धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के बीच आकर्षण बलों की दिशा।

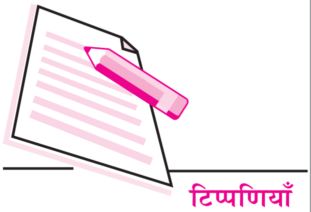
समीकरण (15.4) का धनात्मक चिह्न दर्शाता है कि दो धनात्मक आवेशों के बीच बल प्रतिकर्षी है, और समी. (15.5) का ऋणात्मक चिह्न दर्शाता है कि धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के बीच बल आकर्षी है।

कूलॉम का नियम दो आवेशों q_1 और q_2 के बीच क्रिया और प्रतिक्रिया के नियम का पालन करता है। अत:

$$\mathbf{F}_{12} = -\,\mathbf{F}_{21} \qquad (15.6)$$

अत: कूलॉम के नियम को व्यापक रूप से इस प्रकार लिखा जा सकता है:

$$\mathbf{F}_{12} = k \times \frac{q_1\,q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{12} = -\,k \times \frac{q_1 q_2}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{21} = -\mathbf{F}_{21} \qquad (15.7)$$



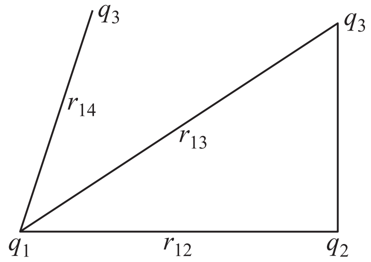
15.2.2 अध्यारोपण का सिद्धान्त

यदि आवेश दो से अधिक हों तो किन्हीं दो आवेशों के बीच कार्य करने वाला बल समीकरण (15.7) द्वारा व्यक्त किया जाता है। अब मान लें कि अनेक आवेश q_1, q_2, q_3, q_4 आदि हैं। q_1 पर सभी अन्य आवेशों द्वारा आरोपित बल समी. (15.7) से

$$\mathbf{F}_{12} = k\,\frac{q_1\,q_2}{|r_{12}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{12}$$

$$\mathbf{F}_{13} = k\,\frac{q_1\,q_3}{|r_{13}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{13}$$

and $$\mathbf{F}_{14} = k\,\frac{q_1\,q_4}{|r_{14}^2|}\,\hat{\mathbf{r}}_{14} \qquad (15.8)$$



चित्र 15.3 : अध्यारोपण का सिद्धांत

इन सभी बलों का परिणामी F इन सभी बलों का सदिश योग होगा।

यथा $$\mathbf{F} = \mathbf{F}_{12} + \mathbf{F}_{13} + \mathbf{F}_{14} + \ldots \qquad (15.9)$$

यह अध्यारोपण का सिद्धान्त कहलाता है।

उदाहरण 15.1 : $q_1 = +12\mu$ C का एक आवेश दूसरे आवेश $q_2 = 6\mu$C से 4.0 मीटर की दूरी पर है, जैसा कि चित्र 15.4 मे दर्शाया गया हैं। कोई तीसरा आवेश q_3, आवेशों q_1 एवं q_2 को जोड़ने वाली रेखा पर किस स्थान पर रखा जाए कि इसपर कोई बल न लगे?

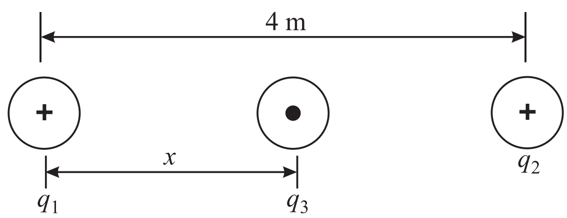
हल: माना कि q_3 को q_1 और q_2 के बीच q_1 से x मीटर की दूरी पर रखा जाता है। (यह आसानी से देखा जा सकता है कि q_3 की स्थिति q_1 के बाईं ओर या q_2 के दाहिनी ओर या q_1 और q_2 के मध्य 1 के अलावा किसी अन्य स्थिति पर कार्यकारी परिणामी बल शून्य नहीं सकता है।) q_3 पर q_1 द्वारा आरोपित बल होगा–

$$\mathbf{F}_{31} = k\,\frac{q_1\,q_3}{r_{31}^2}\,\hat{\mathbf{r}}_{31} \quad q_1 \text{ की ओर}$$

$$\therefore \qquad |\mathbf{F}_{31}| = k\,\frac{q_3\,q_1}{x^2}$$

q_3 पर q_2 के कारण बल का परिमाण होगा

$$|\mathbf{F}_{32}| = k\,\frac{q_3\,q_2}{(4-x)^2} \quad q_2 \text{ की ओर}$$



चित्र 15.4: एक सरल रेखीय स्थिति में तीन आवेश q_1, q_2 और q_3

q_3 पर लगने वालीा परिणामी बल शून्य होगा यदि $\mathbf{F}_{31} = \mathbf{F}_{32}$। अत: आंकिक मान रखने पर

$$k \times \frac{12q_3}{x^2} = k \times \frac{6q_3}{(4-x)^2}$$

ध्यान दीजिए कि $6q_3k$ दोनों पक्षों में उभयनिष्ठ होने के कारण काटा जा सकता है। अत:

$$\frac{2}{x^2} = \frac{1}{(4-x)^2}$$

या $$2(4-x)^2 = x^2$$

$\Rightarrow$ $$x^2 - 16x + 32 = 0$$

इस समीकरण को हल करने पर हम पाते हैं कि x के दो मान $x = 2.35$ m और $x = 13.65$ m. हैं। इनमें से $x = 13.65$ m अस्वीकार्य है, अत: आवेश q_2 को q_1 से 2.35 m की दूरी पर रखना चाहिए।

यह गुणात्मक रूप से भी उचित हल है। चूंकि आवेश q_1 आवेश q_2 से बड़ा है, इसलिए q_1 और q_2 के बीच दूरी q_2 व q_3 के बीच की दूरी से अधिक होनी चाहिए।

उदाहरण 15.2: दो 6.0×10^{-10} C के आवेश एक-दूसरे से 2.0 m की दूरी पर हैं। उनके बीच लगने वाले कूलॉम बल का परिमाण ज्ञात कीजिए।

हल: हम जानते हैं कि दो आवेशों के बीच लगने वाले कूलॉम बल का परिमाण समी. (15. 2) द्वारा दिया जाता है :

$$F = k\frac{q_1 . q_2}{r^2}$$

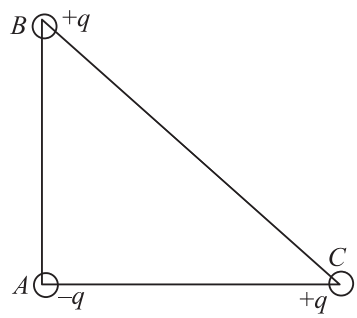
दिया है: $q_1 = q_2 = 6.0 \times 10^{-10}$C और $r = 2.0$ m। अत: मान प्रतिस्थापित करने पर

$$F = \frac{(9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2C^{-2}})\times(6.0\times10^{-10}\mathrm{C})^2}{2^2\ \mathrm{m}^2} = \frac{9\times10^9 \times 36.0\times10^{-20}}{4}\mathrm{N}$$
$$= 81 \times 10^{-11}\ \mathrm{N}$$

पाठगत प्रश्न 15.2

1. दो आवेशों $q_1 = 16\mu$C और $q_2 = 9\ \mu$C के बीच की दूरी 12 मीटर है। q_1 पर q_2 के द्वारा आरोपित बल का मान और इस बल की दिशा ज्ञात कीजिए। q_2 पर q_1 के कारण आरोपित बल की दिशा क्या है?

2. q आवेशमान के तीन बिन्दु आवेश एक समकोण त्रिभुज के तीन शीर्षों पर रखें हैं, जैसा कि चित्र 15.5 में दर्शाया गया है। $AB = AC$ है। $-q$ आवेश पर आरोपित बल की दिशा क्या होगी?



चित्र 15.5: समकोण त्रिभुज के तीन सिरों पर स्थित आवेश

15.3 विद्युत क्षेत्र

एक-दूसरे से कुछ दूरी पर रखे गए दो आवेशों के बीच अन्योन्यक्रिया की व्याख्या करने के लिए फैराडे ने विद्युत क्षेत्र की अवधारणा प्रस्तावित की। किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र E उस बल के रूप में परिभाषित किया जाता है जो कि एक धनोवेशित परीक्षण आवेश q_0 पर लगने वाले बल को इस परीक्षण आवेश के परिमाण से विभाजित करने पर प्राप्त होता है।

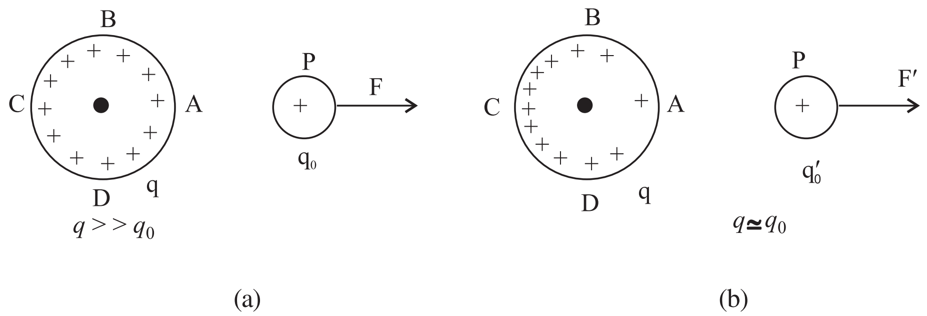
अर्थात्
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0} \qquad (15.10)$$

यह गुरुत्व जनित त्वरण की परिभाषा के तुल्य है, ($\mathbf{g} = \mathbf{F}/m_0$) जो कि m_0 द्रव्यमान के कण परं F परिणाम के गुरुत्वीय बल के कारण होता है।

विद्युत क्षेत्र E एक सदिश राशि है, जिसकी दिशा विद्युत बल F की दिशा के समान है। यहाँ यह समझना आवश्यक है कि विद्युत क्षेत्र एक बाह्य आवेश के कारण है न कि परीक्षण आवेश के कारण। अत: परीक्षण आवेश q_0 परिणाम में इतना कम होना चाहिए कि यह बाह्य आवेश के कारण उत्पन्न क्षेत्र को प्रभावित न करे। (व्यवहार में एक सूक्ष्मतम परीक्षण आवेश भी बाह्य क्षेत्र को प्रभावित करेगा।) अत: सही मायने में नीचे दी गई गणितीय परिभाषा अधिक सही है :

$$\mathbf{E} = \lim_{q_0 \to 0} \frac{\mathbf{F}}{q_0} \qquad (15.11)$$

SI पद्धति में बल का मात्रक न्यूटन और आवेश का मात्रक कूलॉम है। अत: समी. (15.11) के अनुसार विद्युत क्षेत्र का मात्रक न्यूटन/कूलॉम है। E व F की दिशा समान हैं। यांत्रिक बल के विपरीत, विद्युत बल दूरी पर लगने वाला बल होता है।



चित्र 15.6: (a) एक समान रूप से आवेशित धात्वीय गोला और एक परीक्षण आवेश (b) गोले में आवेश का पुनर्वितरण जबकि दूसरा आवेश इसके समीप लाया जाता है।

अब हम इस बात पर विचार करते हैं कि q_0 का मान अत्यन्त सूक्ष्म क्यों होना चाहिए?

चित्र 15.6 के अनुसार $q_0(<<q)$ एक स्रोत आवेश है जो कि एक धात्वीय तल की सतह पर समान रूप से फैला हुआ है और q_0 परीक्षण आवेश है। इसका आशय यह है कि A,B,C

एवं D चारों बिन्दुओं के चारों ओर प्रति इकाई क्षेत्रफल आवेश घनत्व समान है। परीक्षण आवेश q_0 बिना आवेश वितरण को बदले हुए ही बल का मापन करता है। चित्र 15.6 (b) उस स्थिति को दर्शाता है। जब $q \simeq q_0$ ऐसी स्थिति में उपर्युक्त बिंदुओं पर आवेश घनत्व परिवर्तित हो जाता है जिसके फलस्वरूप परीक्षण आवेश q_0 द्वारा अनुभूत विद्युत बल भी बदल जाएगा। माना कि यह F से F′ हो जाता है। इसका अर्थ हुआ कि परीक्षण आवेश की उपस्थिति में बल का मान इसकी अनुपस्थिति में बल के मान से भिन्न है। लेकिन q_0 के बिना बल का मापन नहीं किया जा सकता है। यदि q_0 का मान q की तुलना में अत्यधिक न्यून हो, तो गोले में आवेश वितरण बहुत ही कम (नगण्य) प्रभावित होगा। ऐसी स्थिति में मापन के परिणाम दिए गए बल के वास्तविक मान के अत्यन्त सन्निकट होंगे। इससे यह तथ्य सिद्ध होता है कि परीक्षण आवेश अत्यंत न्यून होना चाहिए।

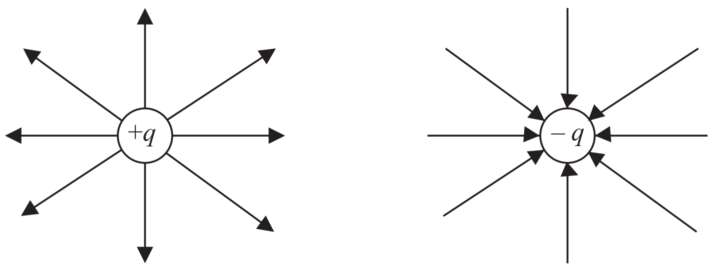
मान लीजिए हमारे पास एक आवेश q है। एक परीक्षण आवेश q_0 को q से r दूरी पर रखा गया है। परीक्षण आवेश द्वारा अनुभूत बल–

$$\mathbf{F} = k\,\frac{qq_0}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (15.12)$$

विद्युत क्षेत्र को प्रति इकाई आवेश बल के रूप में परिभाषित किया जाता है। अत:

$$\mathbf{E} = k \times \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}} \qquad (15.13)$$

यदि q धनात्मक हो, तो क्षेत्र **E** अपने से दूर की ओर निर्देशित होगा एवं यदि q ऋणात्मक हो, तो **E** इसकी ओर निर्देशित होगा। यह चित्र 15.7 में दर्शाया गया है।



चित्र 15.7: धनात्मक एवं ऋणात्मक आवेशों के कारण विद्युत क्षेत्र की दिशा

अध्यारोपण का सिद्धान्त विद्युत क्षेत्र पर भी लागू होता है। यदि बहुत से आवेश q_1, q_2, q_3 आदि हों तो इनके कारण बिंदु P पर क्षेत्र का मान समी. (15.13) के अनुसार

$$\mathbf{E}_1 = k \times \frac{q_1}{r_1^2}\,\hat{\mathbf{r}}_1, \quad \mathbf{E}_2 = k \times \frac{q_2}{r_2^2}\,\hat{\mathbf{r}}_2 \text{ and } \mathbf{E}_3 = k \times \frac{q_3}{r_3^2}\,\hat{\mathbf{r}}_3$$

अत: बिंदु P पर सभी आवेशों के कारण बल सभी क्षेत्रों का सदिश योग है। अत:

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_3 + \ldots$$

या

$$\mathbf{E} = k\sum_{i=1}^{N} \frac{q_i\,\hat{\mathbf{r}}_i}{r_i^2} \qquad (15.15)$$

जहाँ पर r_i P की q_i से दूरी और $\hat{\mathbf{r}}_i$ q_i से P की ओर निर्देशित इकाई सदिश है। एक q आवेश को $\mathbf{E}$ कारण विद्युत क्षेत्र में रखने पर उस पर लगने वाला बल:

$$\mathbf{F} = q\,\mathbf{E} \tag{15.16}$$

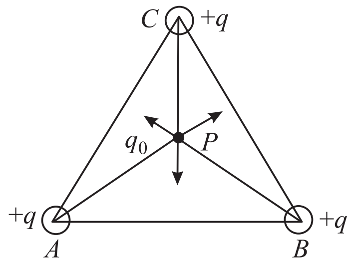
उदाहरण 15.3: किसी बिंदु पर रखे एक 3.5 μC परमाण के बिंदु आवेश q पर 8.5×10^{-4} N का बल लग रहा है। इस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की गणना करें।

हल: समीकरण (15.16) की सहायता से हम लिख सकते हैं :

$$E = \frac{F}{q} = \frac{8.5\times10^{-4}\ \text{N}}{3.5\times10^{-6}\ \text{C}} = 2.43\times10^{2}\ \text{NC}^{-1}$$

उदाहरण 15.4: तीन समान धनावेश एक समत्रिबाहु (समबाहु) त्रिभुज के तीन कोनों पर रखे गए हैं, जैसा कि चित्र 15.8 में दर्शाया गया है। त्रिभुज के केन्द्रक पर विद्युत क्षेत्र क्या होगा?

हल: माना कि परीक्षण आवेश q_0 पर रखा गया है। परीक्षण आवेश तीनों को एक-दूसरे से समान कोण बनाती हुई दिशाओं में बल का अनुभव करेगा। इनका परिणामी बल P शून्य (0) होगा। अत: बिंदु O पर क्षेत्र शून्य (0) होगा।



चित्र 15.8: तीन समान मात्रा के आवेश एक समबाहु त्रिभुज के कोनों पर रखे गए हैं।

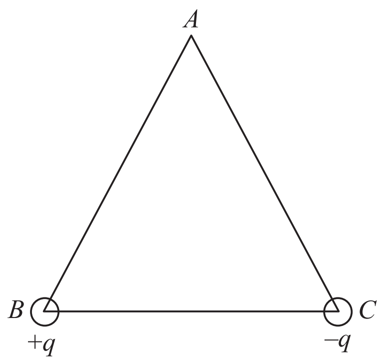
पाठगत प्रश्न 15.3

1. एक आवेश $+Q$ को अक्षों के निर्देशांक केन्द्र (मूल बिंदु) पर रखा गया है। एक बिंदु P पर क्षेत्र की दिशा कया होगी जब कि P

   a) + x-अक्ष b) + y-अक्ष

   c) $x = 4$ इकाई और $y = 4$ इकाई पर स्थित है।

2. ΔABC में $AB = AC = 40$ cm. और A पर बना कोण 30° है। 8×10^{-6} C कूलॉम मात्रा के दो विपरीत आवेश बिंदु B और C पर रखे गए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। A पर क्षेत्र का परिणाम और दिशा ज्ञात करें:



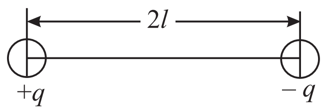
चित्र 15.9

3. एक ऋणावेश अंतरिक्ष में स्थित हैं, जहाँ पर विद्युत क्षेत्र पृथ्वी की ओर निर्देशित है। आवेश पर लगने वाले बल की दिशा क्या होगी?

4. दो समान आवेश एक समतल पर d दूरी से पृथक्कृत हैं। उस बिंदु को ज्ञात कीजिए जहाँ पर परिणामी क्षेत्र शून्य होगा।

15.3.1 एक द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र

यदि दो समान मात्रा में विपरीत आवेश एक छोटी दूरी से पृथक्कृत हों तो यह तंत्र एक द्विध्रुव का निर्माण करता है। इसका सर्वाधिक सुपरिचित उदाहण है H_2O अणु। चित्र 15.10 $2l$ दूरी से पृथक्कृत दो आवेशों $+q$ और $-q$ को दर्शाता है। आवेश की मात्रा एवं पृथक्कृत दूरी का गुणनफल द्विधुव-आघूर्ण p कहलाता हैं



चित्र 15.10: एक छोटी दूरी से पृथक्कृत दो समान मात्रा के विपरीत आवेश एक द्विध्रुव बनाते हैं।

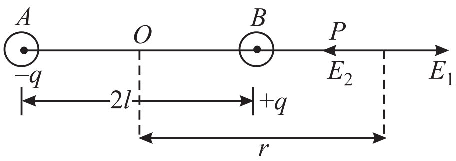
$$\therefore \qquad p = q \times 2l \qquad (15.17)$$

इसका SI मात्रक कूलॉम-मीटर है।

द्विध्रुव-आघूर्ण p एक सदिश राशि है। इसका परिमाण समीकरण (15.17) द्वारा परिभाषित है और इसकी दिश ऋणावेश से धनावेश की ओर तथा उनको जोड़ने वाली रेखा के अनुदिश है (द्विध्रुव का अक्ष)। द्विध्रुव और द्विध्रुव-आघूर्ण को परिभाषित करने के बाद अब हम एक द्विध्रुव के कारण विद्युत क्षेत्र का परिकलन करने की स्थिति में हैं,

स्थिति I : विद्युत द्विध्रुव के कारण इसकी अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र

द्विध्रुव के अक्ष पर स्थित बिंदु पर विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक प्राप्त करने के लिये चित्र 15.11 पर ध्यान दें। इसे अक्षीय स्थिति (End-on) स्थिति कहते हैं। A एवं B स्थितियों पर विद्यमान बिंदु आवेश $-q$ और $+q$ परस्पर $2l$ दूरी से पृथक्कृत हैं। बिंदु O उनके बीच में स्थित है (AB के मध्य में स्थित है)। मान लीजिए कि बिंदु P बिंदु O से r दूरी पर स्थित है, तब $+q$ के कारण बिंदु P पर क्षेत्र E_1 इस प्रकार होता है–



चित्र 15.11: द्विध्रुव अक्ष पर स्थित बिन्दु P पर क्षेत्र

$$\mathbf{E}_1 = k \times \frac{q}{(r-l)^2} \; AP \text{ की दिशा में}$$

इसी प्रकार $-q$ के कारण बिंदु P पर क्षेत्र इस प्रकार होता है–

$$\mathbf{E}_2 = k \times \frac{q}{(r+l)^2} \; PA \text{ की दिशा में}$$

बिंदु P पर परिणामी क्षेत्र $\mathbf{E}, \mathbf{E}_1$ की दिशा में है क्योंकि $\mathbf{E}_1 > \mathbf{E}_2$ [चूंकि $(r-l) < (r+l)$]। अत:

$$\mathbf{E} = \frac{kq}{(r-l)^2} - \frac{kq}{(r+l)^2} = kq\left[\frac{1}{(r-l)^2} - \frac{1}{(r+l)^2}\right]$$

$$= kq\left[\frac{(r+l)^2-(r-l)^2}{(r^2-l^2)^2}\right] = kq \times \frac{4lr}{(r^2-l^2)^2} = k\,\frac{(2lq)\,2r}{(r^2-l^2)^2}$$

$$= k\frac{2\mathbf{p}r}{(r^2-l^2)^2}$$

जहाँ पर $\mathbf{p} = 2lq$ द्विध्रुव आघूर्ण है चूंकि $k = 1/4\pi\varepsilon_0$, हम इसे इस प्रकार भी लिख सकते हैं :

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{r}{r^4\,(1-l^2/r^2)^2}$$

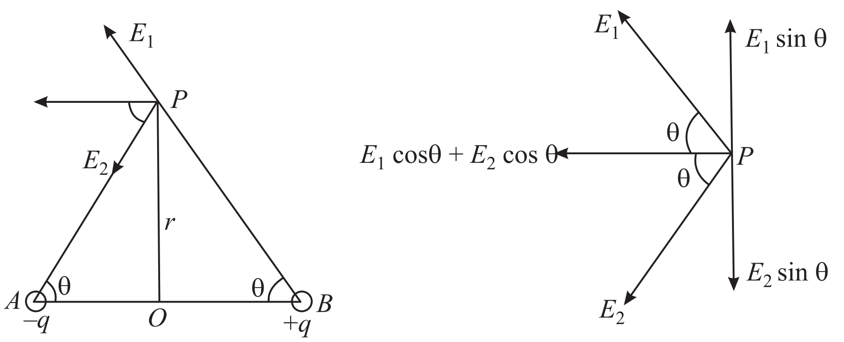
यदि $r >> l$ हो तो 1 की तुलना में l^2/r^2 अत्यंत छोटा होगा और इसे नगण्य माना जा सकता है। तब हमें विद्युत क्षेत्र के लिए एक सरलीकृत व्यंजक प्राप्त हो जाता है:

$$\mathbf{E} = \frac{2\mathbf{p}}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (15.18)$$

यह दर्शाता है कि अक्षीय स्थिति मे स्थित किसी प्रेक्षण बिंदु पर विद्युत क्षेत्र, p के अनुदिश तथा द्विध्रुव के केन्द्र से प्रेक्षण बिंदु तक की दूरी की तीसरी घात का प्रतिलोमानुपाती होता है।

स्थिति II : एक द्विध्रुव के मध्य विभाजक अभिलम्ब (निरक्षीय स्थिति) पर स्थित किसी बिंदु पर द्विधुव के कारण कारण विद्युत क्षेत्र:

मान लीजिए कि बिंदु P दो आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अभिलम्ब सम द्विभाजक पर स्थित है। ध्यान दें $AB = 2l,\ OP = r,\ AO = OB = l$.



चित्र 15.12: (a) दो आवेशों को जोड़ने वाली रेखा के अभिलम्ब सम द्विभाजक पर स्थित बिंदु P पर क्षेत्र (b) क्षेत्रों का घटकों में वियोजन

टिप्पणियाँ

कोण θ चित्र 15.12(a) में दर्शाया गया है। समकोण त्रिभुजों Δs PAO और PBO से हम लिख सकते हैं –

$$AP = BP = \sqrt{l^2 + r^2}$$

बिंदु P पर B पर स्थित $+q$ आवेश के कारण क्षेत्र BP की दिशा में है और इसे लिखा जाता है–

$$\mathbf{E}_1 = k\,\frac{q}{l^2 + r^2}$$

इसी प्रकार बिंदु P पर बिन्दु A पर स्थित आवेश $-q$ के कारण क्षेत्र PA दिशा में है और इसे लिख सकते हैं–

$$\mathbf{E}_2 = k\,\frac{q}{l^2 + r^2}$$

ध्यान दें कि $\mathbf{E}_1$ और $\mathbf{E}_2$ दोनों के परिमाण समान हैं,

हम $\mathbf{E}_1$ व $\mathbf{E}_2$ क्षेत्रों को AB के समानान्तर और लम्बवत् वियोजित करते हैं। AB के समान्तर घटक $\mathbf{E}_1 \cos\theta$ और $\mathbf{E}_2 \cos\theta$ एक ही दिशा में हैं।

AB के अभिलंबवत् घटक $\mathbf{E}_1 \sin\theta$ और $\mathbf{E}_2 \sin\theta$ एक-दूसरे की विपरीत दिशा में हैं। चूंकि ये घटक परिमाण में एक-दूसरे के बराबर हैं, लेकिन विपरीत दिशा में हैं इसलिए ये एक-दूसरे को निरस्त करते हैं। अतः बिंदु P पर परिणामी विद्युत क्षेत्र का परिमाण–

$$E = E_1 \cos\theta + E_2 \cos\theta$$

$$= k\,\frac{q}{l^2 + r^2}\cos\Theta + k\,\frac{q}{l^2 + r^2}\cos\theta$$

लेकिन $\cos\theta = \dfrac{l}{\sqrt{(l^2 + r^2)}}$। इस व्यंजक को ऊपर के परिणाम में प्रयुक्त करने पर P बिंदु पर विद्युत क्षेत्र–

$$E = \frac{kq}{(l^2 + r^2)} \times \frac{2l}{\sqrt{(l^2 + r^2)}}$$

$$= k\,\frac{2lq}{(l^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$= k\,\frac{2lq}{r^3(1 + l^2/r^2)^{3/2}}$$

लेकिन $p = 2lq$ और यदि $r^2 >> l^2$ तो l^2/r^2 को 1 की तुलना में नगण्य मान सकते हैं। अतः

$$E = \frac{p}{4\pi\varepsilon_0 r^3} \qquad (15.19)$$

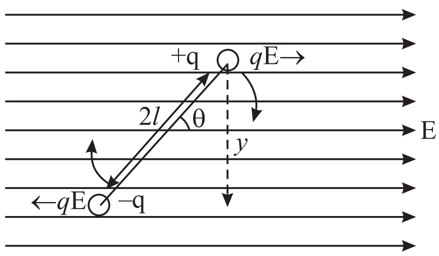
ध्यान दीजिए कि द्विध्रुव के कारण, निरक्षीय स्थिति पर स्थित किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र भी लंबवत् दूरी के तीसरी घात का प्रतिलोमानुपाती होता है।

यदि हम समीकरण (15.18) और समीकरण (15.19) की तुलना करें तो पाते हैं कि दोनों स्थितियों में विद्युत क्षेत्र $1/r^3$ के अनुक्रमानुपाती है। लेकिन इनके बीच कुछ अन्तर भी हैं।

- अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र का परिमाण निरक्षीय स्थिति में इसके परिमाण की अपेक्षा दोगुना होता है।
- अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र की दिशा द्विध्रुव आघूर्ण के अनुदिश होती है, जबकि निरक्षीय स्थिति में ये विपरीत दिशीय होते हैं।

15.3.2 एकसमान क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव

एकसमान विद्युत क्षेत्र का स्थिर परिमाण एवं नियत दिशा होती है। ऐसा क्षेत्र आवेशित समान्तर पट्‌टी संधारित्र के बीच में उत्पन्न होता है। चित्र रूप में इसे समान दूरी पर स्थित समान्तर रेखाओं द्वारा दर्शाया जाता है।



चित्र 15.13 : एक समान विद्युत-क्षेत्र में विद्युत द्विध्रुव। द्विध्रुव पर लगने वाले बल एक युग्म की रचना करते हैं और इसे घुमाने की ओर प्रवृत्त

अब हम एकसमान विद्युत क्षेत्र में रखे गए विद्युत द्विध्रुव के व्यवहार का विश्लेषण करते हैं (चित्र 15.13)। माना कि विद्युत क्षेत्र $+x$ के अनुदिश है। मान लें कि द्विध्रुव का अक्ष, क्षेत्र की दिशा से θ कोण बनाता है। $+q$ आवेश पर qE बल $+x$ दिशा में और $-q$ पर समान बल $-x$ दिशा में कार्य करता है। दो बराबर एवं विपरीत समान्तर बल एक युग्म बनाते हैं और द्विध्रुव को घड़ी की सूई के घूमने की दिशा में घुमाने का प्रयत्न करते हैं। यह युग्म द्विध्रुव को बाह्य विद्युत बल के अनुदिश लाने का प्रयास करता है। बल आघूर्ण का परिमाण निम्न सूत्र द्वारा व्यक्त किया जाता है :

$$\begin{aligned}\tau &= \text{बल} \times \text{युग्म की भुजा} \\ &= qE \times y \\ &= qE \times 2l \sin\theta \\ &= pE \sin\theta\end{aligned}$$

सदिश रूप में

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} \qquad (15.20)$$

हम देखते हैं कि

- जब $\theta = 0$, बल-आघूर्ण शून्य है, और
- $\theta = 90°$ के लिए द्विध्रुव पर बल-आघूर्ण अधिकतम है। यह pE के बराबर है। अत: हम यह निष्कर्ष निकालते हैं कि विद्युत क्षेत्र द्विध्रुव को अपने अनुदिश करने का प्रयास करता है।

उदाहरण 15.5 : 6.0×10^{-6} कूलॉम के दो आवेश $+q$ और $-q$ एक युग्म का निर्माण करते हैं। दोनों आवेशों का पृथक्करण 4×10^{-10} मीटर है। द्विध्रुव आघूर्ण का मान क्या है? यदि इस

द्विध्रुव को एक $E = 3.0 \times 10^2 \text{N C}^{-1}$ परिमाण के विद्युत क्षेत्र में $30°$ का कोण बनाते हुए रखा जाए तो द्विध्रुव पर लगने वाले बल आघूर्ण का मान ज्ञात करें।

हल : द्विध्रुव आघूर्ण

$$p = qd$$

$$= (6.0 \times 10^{-6}\,\text{C}) \times (4.0 \times 10^{-10}\,\text{m})$$

$$= 24 \times 10^{-16}\,\text{cm.}$$

चूंकि $\tau = pE \sin\theta$, अत: हम लिख सकते हैं–

$$\tau = (24 \times 10^{-16}\text{cm}) \times 3.0 \times 10^2 \ \text{NC}^{-1}) \sin 30°$$

$$= \frac{72}{2} \times 10^{-14}\ \text{N m}$$

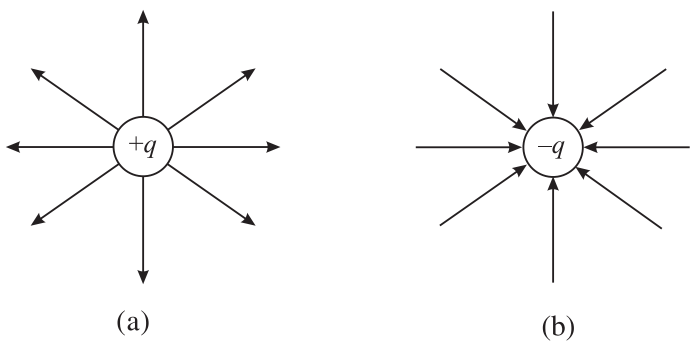
$$= 36 \times 10^{-14}\,\text{N m}$$

यदि एक द्विध्रुव को एक असमान विद्युत क्षेत्र में रखा जाए, तो दो आवेशों $-q$ और $+q$ पर लगने वाले बल असमान होंगे। ऐसा विद्युत क्षेत्र न केवल द्विध्रुव को घुमाएगा बल्कि क्षेत्र की दिशा में विस्थापित भी कर देगा।

15.3.3 विद्युत बल रेखाएँ (क्षेत्र रेखाएँ)

विद्युत क्षेत्र (या बल) को दर्शाने का एक बहुत सरल तरीका क्षेत्र की दिशा दर्शाने वाली बल रेखाएँ खींचना है। विद्युत क्षेत्र रेखाओं का रेखाचित्र हमें विद्युत क्षेत्र की दिशा एवं परिमाण का अनुमान कराता है। क्षेत्र की दिशा के लम्बवत् रखे गए एक समतल के इकाई क्षेत्र से गुजरने वाली क्षेत्र रेखाओं की संख्या क्षेत्र की शक्ति के समानुपाती होती है। क्षेत्र के किसी भी बिंदु पर एक स्पर्श रेखा उस बिंदु पर क्षेत्र की दिशा दर्शाती है।

याद रखें कि विद्युत क्षेत्र रेखाएं विद्युत क्षेत्र को दर्शाने के लिए काल्पनिक रेखाएँ मात्र हैं। वास्तविकता में ऐसी रेखाओं का कोई अस्तित्व नहीं है। लेकिन क्षेत्र में आवेशों का व्यवहार और आवेशों के बीच अन्योन्यक्रिया को क्षेत्र रेखाओं की सहायता से प्रभावशाली ढंग से समझा जा सकता है।

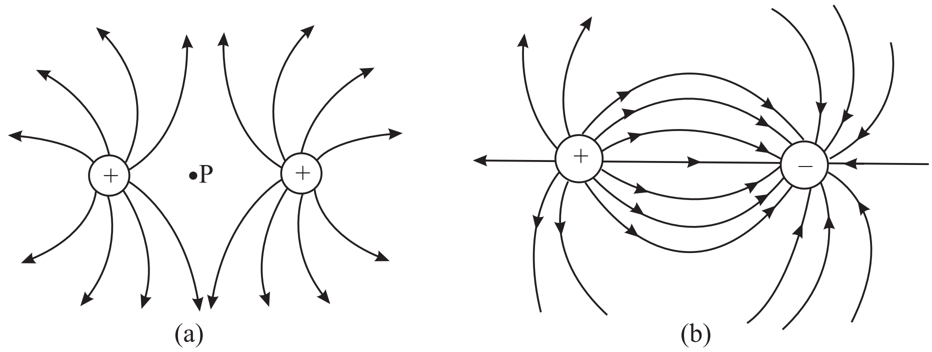


चित्र 15.14: एकल बिंदु आवेश की विद्युत क्षेत्र रेखाएं : (a)+q आवेश की विद्युत क्षेत्र रेखाएं q से प्रारंभ होकर अनन्त तक जाती हैं (b) ऋणात्मक बिंदु आवेश (–q) की क्षेत्र रेखाएं अनन्त से चलकर त्रिज्य दिशा में (–q) पर पहुंचती हैं।

चित्र 15.14(a) एक स्थिर धनावेश की विद्युत रेखाओं को दर्शा रहा है और चित्र 15.4 (b) एक स्थिर ऋणावेश की विद्युत रेखाओं को दर्शा रहा है। आपको यह समझ लेना चाहिए कि दोनों स्थितियों में विद्युत रेखाएँ अंतरिक्ष में सभी दिशाओं में हैं। यहाँ केवल कागज के तल पर स्थित कुछ रेखाओं को दर्शाया गया है।

चित्र 15.15(a) समान परिमाण के दो समीपवर्ती सजातीय आवेशों के क्षेत्र का रेखाचित्र है। आवेशों के अत्यंत निकट ये रेखाएं लगभग त्रिज्य हैं और इसके बाद एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करती हुई दूर बाहर की ओर हटती हैं। इनके बीच में एक बिंदु P (जो कि दो आवेशों की बीच की दूरी का मध्य बिंदु है) पर कोई रेखाएँ मौजूद नहीं हैं। इस बिंदु P पर दो-आवेशों के क्षेत्र एक-दूसरे को निरस्त करते हैं, अतः यहाँ परिणामी क्षेत्र शून्य है।

चित्र 15.15(b) एक द्विध्रुव की क्षेत्र रेखाओं को दर्शाता है। धनावेश को छोड़ने वाली रेखाओं व ऋणावेश में समाप्त होने वाली रेखाओं की संख्या बराबर है।



चित्र 15.15 : दो आवेशों के तंत्र की विद्युत क्षेत्र रेखाएँ : (a) विराम अवस्था में दो धनावेश। P बिंदु पर कोई भी बल रेखाएँ नहीं पहुंचती है, (b) द्विध्रुव के कारण उत्पन्न क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से चलकर ऋणावेश में समाप्त हो जाती हैं।

आपको विद्युत क्षेत्र रेखाओं के निम्न गुणधर्मो को याद रखना चाहिए:

- एक द्विध्रुव में क्षेत्र रेखाएँ धनावेश से चलकर (प्रारंभ होकर) ऋणावेश में समाप्त हो जाती हैं।
- क्षेत्र रेखाओं के किसी बिंदु पर स्पर्श रेखा, उस बिंदु पर विद्युत क्षेत्र की दिशा दर्शाती है।
- क्षेत्र रेखाओं के लंबवत् तल के प्रति इकाई क्षेत्रफल से होकर गुजरने वाली रेखाओं की संख्या उस तल पर क्षेत्र की शक्ति के समानुपाती होती हैं।
- दो क्षेत्र रेखाएँ एक-दूसरे को कभी नहीं काटतीं।

15.4 विद्युत फ्लक्स और गाउस का नियम

r त्रिज्या के एक गोले के केन्द्र पर $+q$ आवेश की कल्पना करें। इसके तल के प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण-

$$E = k \times \frac{q}{r^2}$$

इस विद्युत क्षेत्र की दिशा तल के अभिलम्बवत् बाहर की ओर होती है। हम इसके तल पर Δs क्षेत्र का एक छोटा-सा अवयव लेते हैं। $\mathbf{\Delta s}$ एक सदिश है जिसका परिमाण Δs के क्षेत्रफल के बराबर है और इसकी दिशा $\mathbf{\Delta s}$ अवयव से लम्बवत् है। (चित्र 15.16) विद्युत फ्लक्स (अभिवाह) ϕ Δs और E के सदिश गुणन के रूप में परिभाषित किया जाता है :

$$\Delta\phi = \mathbf{E} \cdot \mathbf{\Delta s}$$

पूर्ण गोलीय तल पर फ्लक्स का मान ऐसे सभी पदों को जोड़कर प्राप्त होता है:

$$\phi_E = {}_{\Delta s_i \to 0}\ \mathbf{E_i} \cdot \mathbf{\Delta s_i} \qquad (15.21)$$

चूंकि **E** व $\mathbf{\Delta s}$ के बीच का कोण शून्य है। अतः पूरे गोले के तल से गुजरने वाला फ्लक्स-

$$\phi_E = k \times \frac{q}{r^2}\ \Sigma\,\Delta s$$

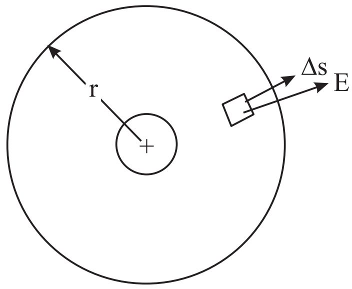


Fig. 15.16

गोलीय तल पर सभी क्षेत्र-अवयवों का योग $4\pi r^2$ होता है। अतः गोलीय तल से गुजरने वाला कुल फ्लक्स:

$$\phi_E = k \times \frac{q}{r^2} \times 4\pi r^2 = 4\,\pi\,k \times q$$

k के स्थान पर $1/4\pi\varepsilon_0$ रखने पर

$$\phi_E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times 4\pi q = q/\varepsilon_0 \qquad (15.22)$$

गोले का वक्र पृष्ठ तल गाउसियन तल कहलाता है। समीकरण (15.22) को गाउस का नियम कहते हैं; जिसके अनुसार, एक बंद गाउस पृष्ठ से गुजरने वाला नेट फ्लक्स, तल के अन्दर के कुल आवेश को ε_0 से भाग देने पर प्राप्त हो जाता है।

गाउस का नियम विद्युत क्षेत्र के निर्धारण के लिए एक उपयोगी साधन है। आप यह भी ध्यान दें कि गाउस सतह एक काल्पनिक गणितीय सतह है। यह किसी वास्तविक सतह पर निश्चित रूप से संपाती नहीं भी हो सकती है।

कार्ल फ्रेडरिक गाउस
(1777 – 1855)

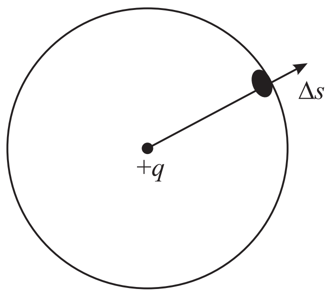
जर्मनी के प्रतिभाशाली विद्वान गाउस भौतिकी और गणित के क्षेत्र में सर्वाधिक प्रभावशाली गणितज्ञों में से एक थे। उन्होंने विभिन्न क्षेत्रों, जैसे प्रकाशिकी, विद्युत एवं चुम्बकत्त्व, खगोलिकी, संख्या प्रमेय, अवकलन ज्यामिति और गणितीय विश्लेषण के क्षेत्रों में महत्वपूर्ण योगदान दिया।

केवल तीन वर्ष की उम्र में ही इन्होंने अपने पिता के आय-व्यय के लेखा में एक गलती ठीक कर अपनी अद्‌भुत प्रतिभा का परिचय दिया। प्राथमिक कक्षा में उन्होंने अपने अध्यापक को 1 से 100 तक के अंकों का योग कुछ ही सेकंडों में करके आश्चर्यचकित कर दिया।

यद्यपि वह वैज्ञानिक समुदाय से दूर रहना पसंद करते थे और पढ़ाना पसंद नहीं करते थे, तथापि उनके बहुत-से शिष्य ऊँचे स्तर के गणितज्ञ बने। रिचार्ड डेकिन्ड, बरहार्ड रीमन, फ्रेडरिक बेसेल और सोफी जरमेन उनमें से कुछ हैं। जर्मनी ने तीन डाक टिकट और 10 मार्क का बैंक नोट उनके सम्मान में जारी किए। चन्द्रमा में एक गर्त को गाउस गर्त के नाम से जाना जाता है और क्षुद्र ग्रह 100 को उनके सम्मान में गाउसिया कहा जाता है।

15.4.1 बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र

हम गाउस के नियम का प्रयोग करके एक बिंदु आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र की गणना करते हैं। आवेश q को केन्द्र मानकर r त्रिज्या का गोला खींचें, जैसा कि चित्र (15.17) में दर्शाया गया है।



चित्र 15.17: एक गोलाकार सतह पर इसके केन्द्र पर स्थित $+q$ आवेश के कारण विद्युत फ्लक्स

विद्युत क्षेत्र E त्रिज्य दिशा में (केन्द्र से बाहर की ओर) और सभी जगह तल के लम्बवत् है। **Δs** पर अभिलम्ब E के अनुदिश है। गाउस के नियम के अनुसार,

$$\phi_E = \sum_i \mathbf{E}_i . \mathbf{\Delta s}_i = q/\varepsilon_0$$

चूंकि $\cos\theta = 1$ और **E,** सतह के सभी बिंदुओं पर समान है, अतः

$$\phi_E = E \times 4\pi r^2$$

या

$$q/\varepsilon_0 = E \times 4\pi r^2$$

$$\Rightarrow \qquad E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\, r^2} \qquad (15.23)$$

यदि एक दूसरा आवेश q_0 इसकी सतह पर रखा जाय तो, इस पर लगने वाले बल का परिमाण होगा–

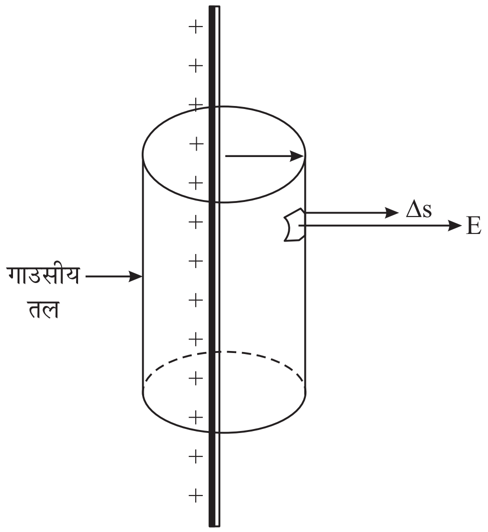
$$F = q_0 \times E$$

अत:

$$F = \frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \tag{15.24}$$

क्या आप इस परिणाम को पहचान कर पा रहे हैं? यह दो स्थिर बिंदुओं के बीच लगने वाला कूलॉम बल है।

15.4.2 एक लंबे रेखीय आवेश के कारण उत्पन्न क्षेत्र



चित्र 15.18: एक समान रेखीय आवेश घनत्व की अनंत रेख के कारण विद्युत क्षेत्र। गाउस तल एक वृत्तमुखी बेलन है।

कोई रेखीय आवेश एक अनंत लंबाई के समान रेखीय घनत्व (प्रति इकाई लंबाई आवेश) σ_l वाले पतले तार के रूप में होता है। माना कि तार पर आवेश $+q$ है। हमें r दूरी पर स्थित एक बिंदु P पर विद्युत क्षेत्र के मान की गणना करनी है। तार को अक्ष मानते हुए r त्रिज्या का एक बेलन खींचें। यह दोनों सिरों पर बंद है। यह तल गाउस तल है, जैसा कि चित्र (15.18) में दर्शाया गया है। वक्र तल के समस्त बिंदुओं पर विद्युत क्षेत्र E का मान समान है क्योंकि सभी बिंदु आवेशित तार से समान दूरी पर हैं। विद्युत क्षेत्र की दिशा व क्षेत्र अवयव Δs पर अभिलम्ब समान्तर हैं।

मान लें कि गाउस बेलन की लम्बाई l है, बेलन में घिरा कुल आवेश $q = \sigma_l\, l$,

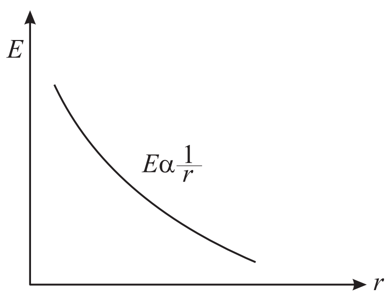
बेलन के वक्रीय पृष्ठ का क्षेत्रफल $2\,\pi r l$ है।

बेलन के ऊपर और नीचे की दो समतल सतहों पर अभिलंब विद्युत क्षेत्र के अभिलंबवत् है ($\cos 90° = 0$)। इसलिए इन तलों का कुल फ्लक्स में कोई योगदान नहीं होता अत:

$$\phi_E = \Sigma\, \mathbf{E} . \Delta\mathbf{s} = E \times 2\,\pi r l$$

गाउस के नियम के अनुसार $\phi_E = q/\varepsilon_0$, अत:

$$E \times 2\,\pi r l = q/\varepsilon_0 = \sigma_l\, l/\varepsilon_0$$



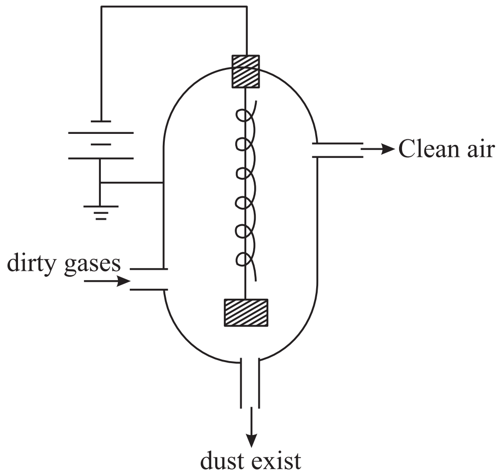
चित्र 15.19 एक रेखीय आवेश के लिए E का r के साथ परिवर्तन

या $$E = \frac{\sigma_l}{2\pi\varepsilon_0 r} \qquad (15.25)$$

यह दर्शाता है कि विद्युत क्षेत्र दूरी के प्रतिलोमानुपाती होता है जैसा कि चित्र (15.19) में दिखाया गया है।

स्थिर वैद्युत अवक्षेपक

आपने ताप विद्युत शक्ति केन्द्र या ईंट भट्ठे की चिमनी से बाहर निकलते हुए काले धुएँ और धूल के कणों को देखा होगा। धुएं में न केवल गैसें होती हैं, वरन भारी मात्रा में छोटे-छोटे धूल (कोयले) के कण भी होते हैं। धुएं और धूल के कणों को चिमनियों से वायुमण्डल में छोड़ा जाता है।



धूल के कण ज़मीन पर पड़ते हैं और वायु को प्रदूषित करते हैं। ये जीवित प्राणियों के स्वास्थ्य के लिए अत्यंत घातक हैं। अत: वायुमंडल में छोड़े जाने से पहले गैस में से धूल हटा लेना अत्यंत आवश्यक होता है। उच्च विद्युत क्षेत्र द्वारा गैसों में विद्युत विसर्जन का एक महत्वपूर्ण अनुप्रयोग स्थिर वैद्युत अवक्षेपक का निर्माण है।

सैद्धान्तिक चित्र यहाँ दर्शाया गया है। एक धात्वीय धारक में एक केन्द्रीय तार को बहुत अधिक ऋणात्मक विभव (लगभग 100 kV) पर रखा जाता है। धारक की दीवार को एक उच्च वोल्टता की बैटरी से जोड़ा और भूसंपर्कित (earthed) किया जाता है। एक भार W केन्द्रीय भाग में तार को सीधा रखता है। गंदी गैसों को धारक के अन्दर से प्रवाहित कराया जाता है। तार के समीप उच्च क्षेत्र के कारण विद्युत विसर्जन होता है। गैस में धनात्मक आवेश, ऋणात्मक आवेश एवं इलेक्ट्रॉन उत्पन्न होते हैं। ऋणावेशित कण दीवार की ओर त्वरित होते हैं। वे धूल के कणों से संघट्ट करते हैं और उन्हें आवेशित करते हैं। बहुत से धूल के कण ऋणावेशित हो जाते हैं क्योंकि वे इलेक्ट्रॉनों और ऋणात्मक आयनों को पकड़ लेते हैं। वे धारक की दीवार की ओर आकर्षित होते हैं। धारक को समय-समय पर हिलाया जाता है जिससे धूल के कण दीवारों से गिरकर धारक के फर्श पर एकत्रित हो जाते हैं। इन्हें निकास नली द्वारा निकाल लिया जाता है।

इस प्रकार अवांछित धूल के कणों को गैसों से अलग कर दिया जाता है और शुद्ध वायु वायुमण्डल में चली जाती है। इस प्रकार के सबसे अधिक क्षमता वाले तंत्र, धुएं से 98% राख और धूल को अलग कर पाने में सक्षम होते हैं।

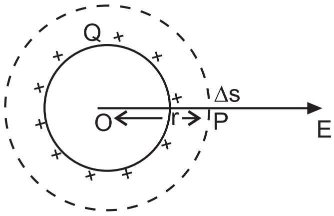
टिप्पणियाँ

15.4.3 किसी आवेशित एकसमान गोलीय कोश के कारण विद्युत क्षेत्र

अत्यल्प मोटाई के खोखले गोले को गोलीय कोश कहा जाता है। मान लीजिये कि R त्रिज्या के किसी गोलीय कोश के पृष्ठ पर Q आवेश एकसमान रूप से वितरित है। हम इस आवेश के कारण, इस कोश के बाहर तथा भीतर स्थित बिन्दुओं पर विद्युत क्षेत्र का परिकलन करेंगे।

(a) किसी बाहरी बिन्दु पर क्षेत्र

मान लीजिये कि किसी कोश के केन्द्र O से r दूरी पर कोश से बाहर स्थित एक बिन्दु P है। P से गुजरता हुआ एक गोलीय पृष्ठ बनाइये जो आवेश वितरण के समकेन्द्रिक है। (इस पृष्ठ को गाउसी-पृष्ठ कहा जाता है)। सममिति के अनुसार, विद्युत क्षेत्र त्रिज्य है और इसकी दिशा आरेख 15.20 में दर्शाये अनुसार बाहर की ओर है।



चित्र 15.20

विद्युत क्षेत्र $\vec{E}$ प्रत्येक बिन्दु पर पृष्ठ के अभिलम्बवत् है। गाउसी पृष्ठ के प्रत्येक बिन्दु पर इसका मान E है।

गाउस के नियमानुसार,

$$\Sigma E \Delta s \cos 0° = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

अथवा
$$\Delta E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

या
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

इससे हम इस परिणाम पर पहुँचते हैं कि गोलीय कोश के बाहर स्थित किसी बिन्दु के लिये कोश पर कुल आवेश को उसके केन्द्र O पर अवस्थित माना जा सकता है।

यदि गोलीय कोश के स्थान पर एक ठोस, आवेशित गोला लिया जाता तब भी हमें यही परिणाम प्राप्त होता। इसका कारण यह है कि किसी चालक पर आवेश सदैव उसके बाहरी पृष्ठ पर रहता है।

(b) कोश के भीतर किसी बिन्दु पर क्षेत्र

कोश के केन्द्र से r दूरी पर एक बिन्दु P' की कल्पना कीजिये जो कोश के अन्दर स्थित है। इस बिन्दु P' से गुजरता हुआ एक संकेंद्र गोला बनाइये।

गाउस के नियमानुसार,

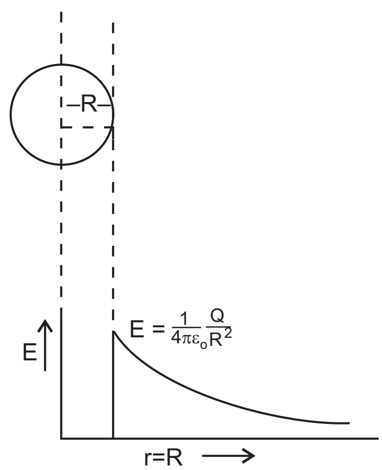
$$\Sigma E \Delta s \cos 0° = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

या $$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$\Rightarrow$ $$E = 0 \text{ क्योंकि } Q = 0 \text{ (शून्य)}$$

अर्थात्, किसी गोलीय कोश के भीतर किसी भी बिन्दु पर विद्युत क्षेत्र का मान शून्य होता है। यही परिणाम किसी आवेशित ठोस, चालक गोले के लिये भी सत्य है।

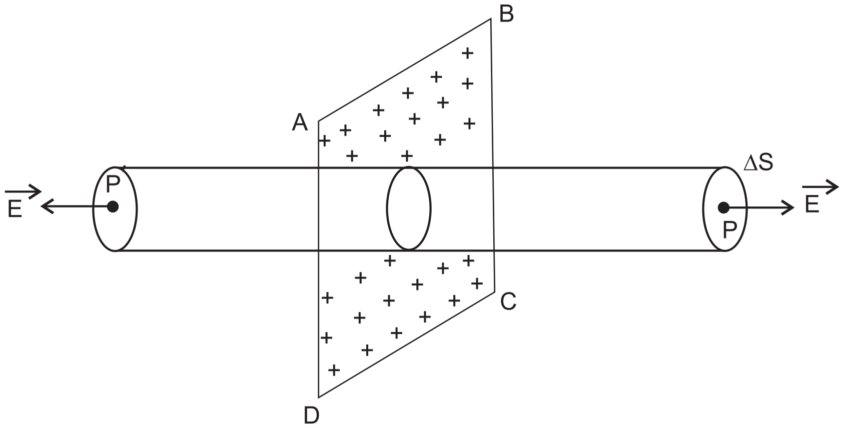
त्रिज्य दूरी r के साथ विद्युत क्षेत्र के परिवर्तन को आरेख 15.20 में दर्शाया गया है।



चित्र 15.21

15.4.4 समतल आवेशित शीट के कारण विद्युत क्षेत्र

एकसमान रूप से आवेशित किसी अनन्त क्षेत्र की समतल शीट $ABCD$ पर विचार कीजिये जिसका पृष्ठीय आवेश घनत्व σ है।



चित्र 15.22

यदि $\sigma > 0$ तो, सममिति के कारण विद्युत क्षेत्र शीट के लम्बवत् होगा और इसकी दिशा शीट के बाहर की ओर होगी। मान लीजिये कि हमें शीट के सामने स्थित किसी बिन्दु P पर विद्युत क्षेत्र का मान ज्ञात करना है। सिलिन्डर (बेलन) के आकार का गाउसी पृष्ठ बनाइये, जिसकी अक्ष क्षेत्र की दिशा के समान्तर है और जिसका एक वृत्ताकार शीर्ष (सिरा) P से गुजरता है। सिलिन्डर का दूसरा वृत्ताकार शीर्ष सममितीय विपरीत बिन्दु P' से गुजरता है। जो शीट के दूसरी ओर है और जिसकी दूरी बिंदु P की दूरी के बराबर है।

दोनों वृत्ताकार शीर्षों से गुजरनेवाला विद्युत फ्लक्स है,

$$\vec{E}\cdot\Delta\vec{s} + \vec{E}\cdot\Delta\vec{s} = E\Delta s + E\Delta s$$
$$= 2E\Delta s$$

गाउसी पृष्ठ के वक्रित पृष्ठ से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स है: $\vec{E}\cdot\Delta\vec{s} = E\Delta s\cos 90° = 0.$
अत: गाउसी सिलिण्डर से गुजरने वाला कुल फ्लक्स है:

$$\phi_E = \sum \vec{E}\cdot\Delta\vec{s}$$
$$= 2E\Delta s$$

क्योंकि गाउसी सिलिण्डर में परिबद्ध आवेश $\sigma\Delta s$ है, गाउस के नियम का उपयोग करके हम लिख सकते हैं:

$$2E\Delta s = \frac{1}{\varepsilon_0}\sigma\Delta s$$

अथवा $$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$$

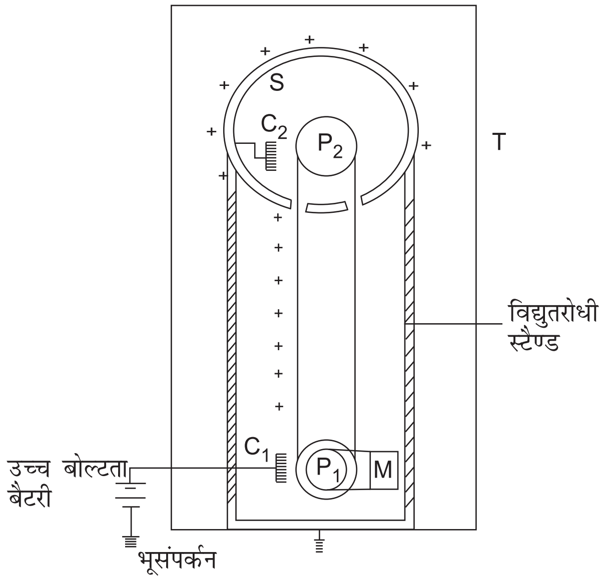
ध्यान दें कि विद्युत क्षेत्र शीट से दूरी पर निर्भर नहीं करता है।

टिप्पणियाँ

15.5 वान डे ग्राफ जनित्र

वान डे ग्राफ जनित्र एक स्थिर विद्युत युक्ति है जो दस लाख वोल्ट कोटि का विभवान्तर उत्पन्न करता है। इसका नाम इसके अभिकल्पक रॉबर्ट जे. वान डे ग्राफ के नाम पर रखा गया है।

इसमें एक विशाल खोखला धातु का गोला S होता है जो विद्युत रोधी स्टैण्ड पर लगा होता है। रबर या रेशम जैसे किसी विद्युतरोधी पदार्थ की बनी एक लम्बी संकरी पेटी (बेल्ट) दो घिर्रियों P_1 तथा P_2 पर घूमने के लिए चित्र 15.23 में दर्शाए अनुसार इन पर चढ़ी होती हैं। घिर्री P_2 गोले S के केन्द्र पर लगी होती है और P_1 तली के निकट लगी होती है। घिर्री P_1 को एक विद्युत मोटर M द्वारा घुमा कर पेटी को लगातार गति में रखा जाता है। कंघी के आकार के दो चालक, C_1 एवं C_2 जिसमें अनेक नुकीले बिन्दु होते हैं–वैसे ही जैसे धातु की सुईयों में होते हैं, ये घिर्रियों के निकट लगे होते हैं।



चित्र 15.23

सुइयों की नोकें पेटी की ओर होती हैं। कंघी के आकार के चालक C_1 को एक उच्चवोल्टता शक्ति स्रोत की सहायता से पृथ्वी की तुलना में अत्युच्च विभव ($\sim 10^4$ V) पर बनाए रखा जाता है। ऊपरी कंघी C_2 को धातु के गोले S की आंतरिक सतह से जोड़कर रखा जाता है।

कंघी की आकृति के चालक C_1 के नुकीले सिरों के निकट आवेश घनत्व और स्थिर विद्युत क्षेत्र अत्युच्च होते हैं। उनके नुकीले सिरों के निकट प्रबल स्थिर विद्युत क्षेत्र, वायु की विद्युतशीलता को भंग कर देता है और इस प्रक्रम में आयन (धन एवं ऋण दोनों प्रकार के) उत्पन्न कर देता है। यह परिघटना परिमंडल निरावेशन (कोरोना डिस्चार्ज) कहलाती है। वायु का ऋण आवेश सुइयों की ओर एवं धन आवेश पेटी की ओर गति करता है। ऋण आवेश कंघी C_1 के कुछ धन आवेश को उदासीन बना देता है। किन्तु C_1 को और अधिक आवेश प्रदान करके शक्ति प्रदाय इसके धन आवेश को बनाए रखता है, जैसे ही धन आवेश ग्रहण करके पेटी C_2 की

ओर जाती है। इसके आस-पास की वायु कोरोना डिस्चार्ज के कारण चालक हो जाती है। वायु के ऋण आवेश पेटी में निहित धन आवेशों को उदासीन बनाने के लिए पेटी की ओर आते हैं जबकि वायु के धन आवेश कंघी C_2 की सुइयों की ओर चलते हैं। इस तरह ये धन आवेश चालक गोले S की आन्तरिक पृष्ठ पर जाते हैं और वहाँ से तुरंत इसके बाह्य पृष्ठ पर आ जाते हैं।

यह प्रक्रम चलता रहता है, इससे गोले के ऊपर धन आवेश बढ़ता जाता है और इसका विभव अत्युच्च हो जाता है।

क्योंकि आस-पास की हवा सामान्य दाब पर है इसलिए गोले से आवेश का क्षरण होने लगता है। इस क्षरण को रोकने के लिए मशीन को एक भूसम्पर्कित धातु के चेम्बर T से घेर कर रखते हैं और इसके अन्दर उच्च दाब पर वायु भर देते हैं।

वान डे ग्राफ जनित्र का उपयोग करके 50 लाख वोल्ट (5 MV) तक का विभव प्राप्त किया जा चुका है। कुछ जनित्र तो 20 MV तक का उच्च विभव भी उत्पन्न कर लेते हैं।

वान डे ग्राफ जनित्र का उपयोग आयन पुंजों को त्वरित करके उनकी ऊर्जा बढ़ाने के लिए किया जाता है और इन उच्च ऊर्जा आवेशित कणों का उपयोग नाभिकीय अभिक्रियाओं के अध्ययन के लिए किया जाता है।

पाठगत प्रश्न 15.4

1. यदि किसी गाउस तल से गुजरने वाला विद्युत फ्लक्स शून्य है, तो क्या इसका अर्थ अवश्य ही यह हुआ कि–
   (a) सतह के अन्दर कुल आवेश शून्य है?
   (b) सतह के प्रत्येक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र शून्य है?
   (c) सतह पर पहुंचने और सतह से बाहर निकलने वाली विद्युत बल रेखाओं की संख्या समान है।
2. यदि विद्युत क्षेत्र 3.0×10^6 N C^{-1} से अधिक हो जाता है तो हवा में स्फुलिंग उत्पन्न होंगे (स्पार्किंग होगी)। एक गोला जिसकी त्रिज्या 5.0 cm हो बिना स्पार्किंग पैदा किए अधिकतम कितना आवेश धारण कर सकता है?
3. एक विद्युत द्विध्रुव पर लगने वाले नेट बल के परिमाण और दिशा एवं बल आघूर्ण की गणना करें जबकि यह
   (a) एकसमान विद्युत क्षेत्र के समांतर रखा है, और
   (b) असमान विद्युत क्षेत्र के समांतर रखा है।

आपने क्या सीखा

- काँच की छड़ को रेशम से रगड़ने और रबड़ को फर से रगड़ने पर विद्युत आवेश उत्पन्न होता है।
- परंपरानुसार, काँच की छड़ पर आवेश **धनात्मक** और रबड़ पर आवेश **ऋणात्मक** लिया जाता है।
- आवेश संरक्षित और क्वांटीकृत (इलैक्ट्रॉन के आवेश के गुणकों के रूप में) रहता है।
- सजातीय आवेश एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करते हैं और विजातीय आवेश एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं।
- कूलॉम का नियम दो बिंदु आवेशें के बीच कार्य करने वाले बल का परिमाण व दिशा बतलाता है :

$$\mathbf{F} = k\frac{q_1 \times q_2}{r^2}\ \hat{\mathbf{r}}$$

जहाँ पर $k = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9.0 \times 10^9$ N m² C⁻².

- प्रकृति में आवेश का सबसे छोटा मात्रक इलेक्ट्रॉन का आवेश होता है।

$$e = 1.60 \times 10^{-19}\ \text{(कूलॉम)}$$

- किसी आवेश q के कारण दिक्-स्थान में किसी बिंदु पर विद्युत क्षेत्र E उस स्थान पर इकाई परीक्षण आवेश पर लगने वाले बल के बराबर होता है।

$$\mathbf{E} = \mathbf{F}/q_0 = k \times \frac{q}{r^2}\,\hat{\mathbf{r}}$$

- अध्यारोपण का सिद्धान्त आवेशों के एक समूह के कारण एक अन्य आवेश पर लगे विद्युत बल की गणना करने में काम आ सकता है। यह बहुत-से आवेशों के कारण एक बिंदु पर विद्युत क्षेत्र के लिए भी लागू होता है।
- विद्युत द्विध्रुव दो समान परिमाण वाले विपरीत आवेशों वाले तंत्र को कहते हैं, जो एक-दूसरे से एक छोटी दूरी से पृथककृत हों। इसका द्विध्रुव आघूर्ण $|\mathbf{p}| = qr$ होता है। **– q** व +q पर लगने वाले बलों की दिशा एक दूसरे के विपरीत होती है।
- एक द्विध्रुव द्वारा अक्षीय स्थिति में विद्युत क्षेत्र निम्न सूत्र से निरूपित किया जाता है;

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\mathbf{p}}{r^3}$$

और निरक्षीय स्थिति में; $\mathbf{E} = -\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{\mathbf{p}}{r^3}$.

- विद्युत बल-रेखाएं क्षेत्र के निरूपण की रेखाचित्रीय पद्धति हैं ।
- विद्युत फ्लक्स किसी क्षेत्र से गुजरने वाली कुल विद्युत रेखाओं की संख्या है। इसे $\phi_E = \mathbf{E} \cdot \mathbf{A}$ सूत्र से परिभाषित किया जाता है।
- गाउस के नियम के अनुसार एक तल से आबद्ध आवेश के कारण तल से गुजरता फ्लक्स, आवेश को $\frac{1}{\varepsilon_0}$ से गुणा करने पर प्राप्त होता है।
- एक रेखीय आवेश के कारण विद्युत क्षेत्र के लिए व्यंजक $E = \frac{\sigma \ell}{2\pi\varepsilon_0 r}$ होता है।

पाठांत प्रश्न

1. एक + 12 μ C आवेश दूसरा –18 μ C आवेश x अक्ष पर क्रमशः $x = 20$ cm और $x = 29$ cm की स्थिति पर है। – 18 μC के आवेश पर लगने वाले बल का परिमाण एवं दिशा ज्ञात करें। 12 μC के आवेश पर लगने वाले बल की दिशा क्या है?

2. 3 मीटर दूरी से पृथक्कृत दो बिंदु आवेशों q_1 और q_2 के बीच लगने वाला बल 16×10^{-15} N है। $q_1 = q_2 = q$ की स्थिति में बल का परिमाण ज्ञात करें। यदि पृथक्करण दूरी 6.0 मीटर कर दी जाए तो बल का परिमाण क्या होगा?

3. दो बिंदु आवेश एक-दूसरे से x दूरी से पृथक्कृत हैं। प्रत्येक आवेश का मान $+q$ है और उनके बीच लगने वाला बल F है। अब बिंदु आवेशों के स्थान पर दो समान $+q$ आवेश परिमाण के गोले रख दिए जाते हैं जिनके केन्द्रों की दूरी भी x ही है। क्या उनके बीच लगने वाले बल के मान में परिवर्तन होगा? अपने उत्तर की पुष्टि में कारण दें।

4. 16 cm दूर रखे दो बिंदु आवेशों के बीच निर्वात में लगने वाला प्रतिकर्षण बल 7.5×10^{-10} N है। उनके बीच परावैद्युतांक K = 2.5 का माध्यम रख देने पर लगने वाले बल का मान क्या होगा?

5. दो x दूरी से पृथक्कृत प्रोटॉनों के बीच लगने वाले विद्युत बल व गुरुत्वीय बल की तुलना करें। दिया है प्रोटॉन का आवेश $= 1.60 \times 10^{-19}$ C, प्रोटॉन का द्रव्यमान $= 1.67 \times 10^{-27}$ kg एवं गुरुत्वीय स्थिरांक $G = 6.67 \times 10^{-11}$ N m^2 kg^{-2}.

6. चार $+q$ आवेश एक वर्ग के चारों कोनों पर रखे गए हैं। वर्ग के केन्द्र पर रखे $+q_0$ मात्रा के परीक्षण आवेश पर परिणामी बल का परिमाण एवं दिशा क्या होंगे?

7. विद्युत क्षेत्र रेखाएँ परस्पर समांतर कब होती हैं?

8. एक धात्वीय गोले को $+ 6.4 \times 10^{-7}$ C आवेश प्रदान करने के लिये कितने इलेक्ट्रॉनों को हटाना पड़ेगा?

9. एक $q = 3.0 \times 10^{-6}$ C व $2l = 4 \times 10^{-10}$ m के द्विध्रुव पर विचार करें और इसका द्विध्रुव आघूर्ण का परिमाण ज्ञात करें। विषुवतरेखीय तल पर $r = 6 \times 10^{-6}$ m दूरी पर विद्युत क्षेत्र की गणना करें।

10. एक $-q = 15 \times 10^{-6}$ C आवेश एक R=3.0 mm त्रिज्या के धात्वीय गोले पर रखा जाता है। गोले के केन्द्र से r =15 cm की दूरी पर विद्युत क्षेत्र का परिमाण और उसकी दिशा ज्ञात करें। यदि इस गोले को 9.0 mm त्रिज्या के समान आवेश वाले गोले से बदल दिया जाए तो उपर्युक्त बिंदु (r = 15 cm) पर क्षेत्र का परिमाण एवं दिशा क्या होगी?

11. एक +15 μC का आवेश 20 cm त्रिज्या के एक गोले के केन्द्र पर स्थित है। गोले की सतह से गुजरने वाले विद्युत फ्लक्स का मान ज्ञात कीजिए।

12. किसी प्रोटॉन को एकसमान विद्युत क्षेत्र $E = 8.0 \times 10^{4}$ N C^{-1} में रखा गया है। प्रोटॉन का त्वरण ज्ञात करें।

13. दो बिंदु आवेश q_1 और q_2 3.0 cm दूर हैं। यदि $(q_1 + q_2) = 20$ μC और उनके बीच लगने वाला प्रतिकर्षण बल 750 N हो, तो q_1 और q_2 के मान ज्ञात करें।

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

15.1

1. (i) हाँ (ii) आवेश = 3.2×10^{-17} C.

2. A के पास + Q आवेश है। जब A और B संपर्क में लाए जायेंगे तो आवेश समान रूप से वितरित हो जाएगा।

   (i) हाँ (ii) + Q/2

3. $q = 4.8 \times 10^{-16}$

   चूंकि $Ne = q$:

   $$N = \frac{4.8 \times 10^{-16}}{1.6 \times 10^{-19}} = 3.0 \times 10^{3} \text{ आवेश}$$

15.2

1. $Q_1 = 16$ μC, $Q_2 = 12$ μC और $r = 12$ m

   चूंकि

   $$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2}$$

   $$= \frac{(9\times10^{9}\text{ N m}^2\text{ C}^{-2})(16\times10^{-6}\text{ C})\times(12\times10^{-6}\text{ C})}{144\text{ m}^2}$$

   $= 9\times 10^{-3}$ N

(i) दिशा q_2 से q_1 की ओर

(ii) दिशा q_1 से q_2 की ओर

2. बिंदु A पर बिंदु B के आवेश के कारण बल $F_1 = k\dfrac{q^2}{a^2}$ जहाँ $AB = a$

चूंकि $AD = AC$, इसलिए A पर बिन्दु B पर विद्यमान आवेश के कारण बल

$$F_2 = k\frac{q^2}{a^2}$$

$$R^2 = F_1^2 + F_2^2 = 2F^2$$

$R = F\sqrt{2}$ है और F से 45° का कोण बनता है

15.3

1. (a) E $+x$ अक्ष की दिशा में

   (b) E $+y$ अक्ष की दिशा में

   (c) x अक्ष से 45° के कोण पर

2. $AB = AC = 40$ cm

$$|\mathbf{E}_1| = \frac{kq}{r^2} = |\mathbf{E}_2| = \frac{9\times10^9\ \mathrm{N\,m^2\,C^{-2}}\times(2\times10^{-6}\ \mathrm{C})}{(0.40\ \mathrm{m})^2} = 1.125\times10^5\ \mathrm{N\,C^{-1}}$$

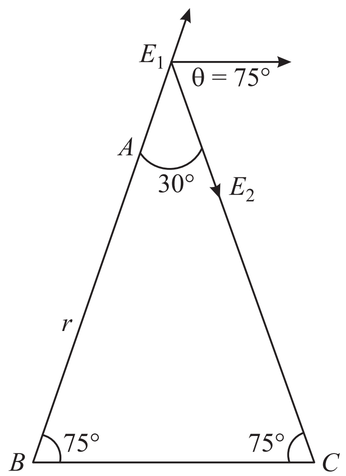
E_1 और E_2 का परिणामी BC के समान्तर होगा। अतः

$$R^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1E_2\cos 150$$

$$= 2E^2 + 2E^2\cos(180-30)$$

$$= 2E^2 - 2E^2\times\cos 30 = 2E^2\left(1+\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 4.723\times10^{10}\ \mathrm{N^2C^{-2}}.$$

इसकी दिशा BC के समान्तर (B से C की ओर) होगी।



चित्र 15.24

3. **E** पृथ्वी की ओर निर्देशित है। ऋणात्मक आवेश पर ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर बल लगेगा।
4. दो आवेशें के बीच मध्य बिंदु पर क्षेत्र शून्य होगा।

15.4

1. (i) हाँ (ii) आवश्यक रूप से नहीं (iii) हाँ
2. $E = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$\therefore \; Q = 4\pi\varepsilon_0 r^2 E$

$$= (3 \times 10^6 \text{ N C}^{-1}) \times \frac{1}{(9\times10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2})} \times (25 \times 10^{-4} \text{ m}^2)$$

$$= 8.3 \times 10^{-7} \text{ C}$$

3. (a) $\mathbf{F} = 0, \boldsymbol{\tau} = 0$

   (b) $\mathbf{F} \neq 0 \; \boldsymbol{\tau} = 0$

पाठान्त प्रश्नों के उत्तर

1. 240 N बल ऋणात्मक x- अक्ष की दिशा में; +12 μC आवेश पर बल धनात्मक x-दिशा में होगा।
2. $q = 4 \times 10^{-3}$ C
4. 3×10^{-10} N
5. वैद्युत बल गुरुत्वीय बल का लगभग 10^{36} गुना है।
6. शून्य
8. 4×10^{12} इलेक्ट्रॉन
9. 12×10^{-16} cm, 0.5×10^{15} या N C^{-1}
10. 6×10^6 N C^{-1} केन्द्र की ओर, समान क्षेत्र
11. 1.7×10^6 V m
12. 7.6×10^{12} m s^{-2}
13. 15 μC और 5 μC.