



318hi10

10

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

पिछले पाठों में आपने समान चर में विचरणों और समकों के संक्षिप्तीकरण के बारे में पढ़ा है। कई बार, ऐसी परिस्थितियाँ आती हैं, जिनमें दो अथवा अधिक चरों के बीच संबंध का अध्ययन होता है। उदाहरण के लिए, हम ज्ञात कर सकते हैं कि दो चरों के बीच कुछ संबंध है, जैसे—वर्षा की मात्रा और गेहूँ की उपज, दुर्घटनाओं की संख्या और मोटरकारों की संख्या, विज्ञापन पर खर्च की गई राशि और बिक्री। दूसरी तरफ, अगर हम भारत में वर्षा के आंकड़ों और जापान में कारों के उत्पादन की तुलना करें तो हमें यह ज्ञात होता है कि इन दोनों चरों के बीच कोई संबंध नहीं है। अगर दो चरों के बीच कोई संबंध है तो वह तब होता है, जब एक चर में परिवर्तन के साथ दूसरे चर में भी समान अथवा विपरीत दिशा में परिवर्तन होता है, तभी हम कहते हैं कि दोनों चर सहसंबंधित हैं।



उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप:

- सहसंबंध के अर्थ की व्याख्या कर सकेंगे;
- दो चरों के बीच संबंध के स्वरूप को दर्शा सकेंगे;
- सहसंबंध के विभिन्न मापों की गणना कर सकेंगे; तथा
- संबंधों की मात्रा और दिशा का विश्लेषण कर सकेंगे।

10.1 सहसंबंध का अर्थ

सहसंबंध चरों के बीच संबंधों को बताता है। जब दो चरों के बीच सहसंबंध होता है तो इससे तात्पर्य है कि दूसरे चर के मूल्य में परिवर्तन के साथ पहले चर के औसत मूल्य में भी परिवर्तन होता है। सहसंबंध एक सरल प्रकार का साहचर्य होता है। जब एक सहसंबंध कमजोर होता है तो इससे यह तात्पर्य लगाया जाता है कि अन्य चर में परिवर्तन के फलस्वरूप पहले चर के औसत मूल्य में बहुत कम (केवल कभी-कभी) परिवर्तन हुआ है। अगर इनमें कोई साहचर्य नहीं है तो इससे यह तात्पर्य लगाया जाता है कि अन्य चर में परिवर्तन के फलस्वरूप पहले



टिप्पणियाँ

चर के औसत मूल्य में कोई परिवर्तन नहीं हुआ है। सहसंबंध धनात्मक हो सकता है अथवा यह ऋणात्मक हो सकता है। एक धनात्मक सहसंबंध से तात्पर्य है कि जब एक चर में वृद्धि होती है, तब अन्य चर में भी वृद्धि होती है, जैसे—बच्चे का आकार और बच्चे की आयु। ऋणात्मक सहसंबंध से तात्पर्य है कि जब एक चर में वृद्धि होती है तो दूसरे चर में कमी होती है। जैसे—एक कार का मूल्य और कार की आयु।

10.2 सहसंबंध और कारण-कार्य संबंध

दो चरों के बीच सहसंबंध उनके बीच संबंध की तीव्रता को मापता है, परंतु यह चरों के बीच कारण और प्रभाव संबंध को नहीं दर्शाता है। सहसंबंध सह-विचरण को मापता है, न कि कारणत्व को। कारणत्व से तात्पर्य है कि एक चर में परिवर्तन दूसरे चर में परिवर्तन करता है। दूसरे शब्दों में, केवल दो घटनाओं अथवा चीजों के एक साथ होने से यह सिद्ध नहीं होता कि एक दूसरे का कारण है। एक धनात्मक 'रेखीय' सहसंबंध यह बताता है कि दो चरों जैसे— x और y , के बीच सहसंबंध प्रकट करते हैं कि x के उच्च रूप y के उच्च मूल्यों से संबंधित हैं और x के निम्न मूल्य y के निम्न मूल्यों से संबंधित हैं। इससे यह सिद्ध नहीं होता कि x ही y का कारण है। उदाहरण के लिए, एक उच्च श्रेणी का धनात्मक सहसंबंध बच्चों की भुजाओं के आकार और इनकी तार्किक योग्यता (लंबी भुजाओं वाले बच्चे छोटी भुजाओं वालों से बेहतर करते हैं) के बीच प्राप्त किया जा सकता है। मगर यहां कोई कारण-प्रभाव नहीं है। लंबी भुजाओं वाले बेहतर करते हैं, क्योंकि वे बड़े होते हैं। इस उदाहरण में, 'आयु' भुजाओं के आकार और तार्किक योग्यता के बीच उच्च सहसंबंध के लिए एक तीसरा सामान्य कारक 'आयु' जिम्मेदार है। इसे भ्रामक सहसंबंध कहते हैं। इसी प्रकार एक शोधकर्ता ने पता लगाया कि मंदिर जाने वाले लोगों की संख्या तथा चोरी की घटनाओं में उच्च अंश का सकारात्मक सहसंबंध है। मंदिर में जाने वालों की अधिक संख्या से यह अर्थ निकालना कि इस कारण अधिक घरों का खाली रहते हैं अथवा मंदिर में जाने वाले लोग चोरी करते हैं? एक तार्किक भ्रांति होगी। इसके बजाय एक तीसरा कारक, जनसंख्या, इस संबंध का कारण है। अधिक जनसंख्या वाले क्षेत्रों में मंदिर जाने वाले अधिक लोग होते हैं और साथ ही अपराधों की संख्या भी अधिक होती है। दो चरों के बीच तीसरे चर के सहसंबंध पर प्रभाव को कुछ रुचिकर उदाहरणों की सहायता से निम्नलिखित तालिका 11.1 में दिया गया है:

तालिका 10.1: भ्रामक सहसंबंध और तीसरे चर का प्रभाव

अवलोकन किए गए भ्रामक सहसंबंध	तीसरे चर का प्रयोग
बेची गई आइसक्रीम की मात्रा और गर्मियों में समुद्र तट पर डूबकर मरने वालों की संख्या में धनात्मक सहसंबंध है।	गर्मी का मौसम: वर्ष के गर्मी के महीनों में आइसक्रीम की बिक्री और डूबकर मरने वालों की संख्या? अधिक हो जाती है।
प्रारंभिक विद्यालयी बच्चों के जूते का आकार और पढ़ने की निष्पत्ति	आयु: अधिक आयु वाले बच्चों के जूते का आकार बड़ा होता है और वे अच्छा पढ़ते हैं।
क्षेत्र विशेष में डॉक्टरों की संख्या और बीमारियों से मरने वालों की संख्या	जनसंख्या घनत्व: अधिक घनत्व वाले क्षेत्रों में, डॉक्टरों की संख्या अधिक होती है और लोग मरते भी अधिक हैं।



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

पुलिस अधिकारियों की संख्या और अपराधों की संख्या	जनसंख्या घनत्व: अधिक घनत्व वाले क्षेत्रों में, पुलिस अधिकारियों की संख्या अधिक है और अपराध भी अधिक हैं।
अध्यापकों का वेतन और सब्जियों की कीमत	समय: समय के साथ दोनों में वृद्धि होती है।

इसके अतिरिक्त यह पाया गया कि आयात किए गए संतरों की मात्रा और सड़क दुर्घटनाओं में, उच्च अंश का धनात्मक सहसंबंध है अर्थात् आयात किए गए संतरों की मात्रा में वृद्धि के साथ सड़क दुर्घटनाएं भी बढ़ी हैं, लेकिन यह तार्किक विचार से स्पष्ट है कि इन दोनों के बीच कारण-प्रभाव संबंध नहीं है अर्थात् संतरों का आयात सड़क दुर्घटनाओं का कारण नहीं है। इसके विपरीत, अगर हम संतरों का आयात रोक दें, तब भी हम यह आशा नहीं कर सकेंगे कि सड़क दुर्घटनाएं कम हो जाएंगी। यह एक मात्र संयोग हो सकता है कि इन दोनों में उच्च मात्रा का सहसंबंध पाया गया है।

10.3 सहसंबंध के प्रकार

सहसंबंध हो सकता है—

1. धनात्मक और ऋणात्मक
2. रैखिक और गैर-रैखिक

(a) अगर दो चर समान दिशा में परिवर्तित होते हैं (अगर एक में वृद्धि होती है तो दूसरे में भी वृद्धि होती है अथवा अगर एक में कमी होती है तो दूसरे में भी कमी होती है)। यह धनात्मक सहसंबंध कहलाता है। उदाहरण के लिए, विज्ञापन और बिक्री। धनात्मक सहसंबंध की शृंखला के कुछ अन्य उदाहरण इस प्रकार हैं—

- (i) ऊंचाई और भार
- (ii) गृहस्थ की आय और व्यय
- (iii) वस्तुओं की कीमत और पूर्ति
- (iv) वर्षा की मात्रा और फसलों की उपज



पाठगत प्रश्न 10.1

1. यह देखा गया है कि 1.Q स्तर और महिलाओं के जूतों के आकार में धनात्मक सहसंबंध है। महिलाओं के जूतों का निम्न आकार निम्न बौद्धिक स्तर से और महिलाओं के जूतों का अधिक आकार का अधिक बौद्धिक स्तर से जुड़ा है। 'आर्थिक कारकों के द्वारा उत्पात रेखाओं में वृद्धि और कमी होती है', निष्कर्ष पर टिप्पणी कीजिए।

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

2. एक शोधकर्ता के पास मनुष्यों के जन्म से 70 वर्ष तक की आयु के बड़ी संख्या में समक जोड़ (आयु, कद) हैं। वह सहसंबंध गुणांक की गणना करता है। क्या आप इसे धनात्मक अथवा ऋणात्मक होने की आशा करेंगे? क्यों?
- (b) अगर दो चर विपरित दिशा में परिवर्तित होते हैं (जैसे—अगर एक वे वृद्धि होती है तो दूसरे में कमी होती है और इसके विपरीत), तो सहसंबंध ऋणात्मक सहसंबंध कहलाता है। उदाहरण के लिए—टीवी के पंजीकरण की संख्या और चलचित्र गृहों में उपस्थिति।

ऋणात्मक सहसंबंध की शृंखला के कुछ अन्य उदाहरण इस प्रकार हैं:

- पूर्ण गैस का आयतन और दबाव
- विद्युत और प्रतिरोध (वोल्टेज स्थिर रखते हुए)
- वस्तुओं की कीमत और मांग



पाठगत प्रश्न 10.2

1. आप एक कंपनी की सुरक्षा और स्वास्थ्य पर व्यय और कार्य संबंधित दुर्घटनाओं की संख्या के बीच किस प्रकार के सहसंबंध की अपेक्षा करेंगे।
- धनात्मक
 - ऋणात्मक
 - कैसा भी नहीं
 - अनंत
2. जब “ r ” ऋणात्मक है, एक चर के मूल्य में वृद्धि से.....
- अन्य में वृद्धि होती है।
 - अन्य में अधिक दर से वृद्धि होती है।
 - अन्य चर में मूल्य में घटता है।
 - अन्य चर में कोई परिवर्तन नहीं होता है।
 - उपर्युक्त सभी

10.4 रैखिक और गैर-रैखिक सहसंबंध

हमें ग्राफ के स्वरूप से दो चरों के बीच रैखिक सहसंबंध पता लगता है। अगर ग्राफ एक सीधी रेखा है तो सहसंबंध “रैखिक सहसंबंध” कहलाता है और अगर ग्राफ एक सीधी रेखा में नहीं

है तो सहसंबंध गैर-रैखिक अथवा वक्र रेखीय सहसंबंध कहलाता है। उदाहरण के लिए, अगर एक x चर में स्थिर मात्रा में परिवर्तन होता है, मान लीजिए 20 तो y में भी स्थिर मात्रा में परिवर्तन होता है, मान लीजिए 4। तो इन दोनों के बीच अनुपात सदैव समान रहता है (1/5 इस स्थिति में)। यह अनुपात वक्र रेखीय सहसंबंध की स्थिति में स्थिर नहीं रहता है। सामान्यतः x और y चरों में रेखीय संबंध होता, यदि उनमें इस प्रकार का संबंध है-

$$y = a + b x$$

यहां 'a' और 'b' वास्तविक संख्याएं हैं। यह कुछ नहीं, बल्कि एक सीधी रेखा है, जो एक ग्राफ पेपर पर x और y के विभिन्न मूल्यों को, a और b के स्थिर मूल्यों के लिए दर्शाया जाता है। सामान्य रूप से, इस प्रकार के संबंध भौतिक विज्ञानों में होते हैं, लेकिन अर्थशास्त्र और सामाजिक विज्ञानों में कभी-कभी ही मिलते हैं। दो चरों के बीच संबंध को गैर-रेखीय कहा जाता है। अगर एक चर में इकाई परिवर्तन से अन्य चर में परिवर्तन स्थिर दर से नहीं, बल्कि अस्थिर की दर से होता है। ऐसी स्थिति में, अगर समकों को एक ग्राफ पेपर पर दर्शाया जाता है तो हमें एक सीधी रेखा वक्र प्राप्त नहीं होगी। उदाहरण के लिए, यह संबंध निम्न रूप में हो सकता है-

$$y = a + b x = c x^2$$

10.5 सहसंबंध की श्रेणियां

सहसंबंध गुणांक के माध्यम से हम दो चरों के बीच सहसंबंध की श्रेणी अथवा मात्रा को माप सकते हैं। सहसंबंध गुणांक के आधार पर हम यह भी सुनिश्चित कर सकते हैं कि सहसंबंध धनात्मक है अथवा ऋणात्मक और इसकी मात्रा क्या है?

- पूर्ण सहसंबंध:** अगर दो चर समान दिशा में और समान अनुपात में परिवर्तित होते हैं तो इन दोनों के बीच पूर्ण सहसंबंध होता है। कार्ल पिर्यसन के अनुसार, सहसंबंध गुणांक इस स्थिति में +1 होता है। दूसरी ओर, यदि चर विपरीत दिशा में और समान अनुपात में परिवर्तित होते हैं तो यह पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध होता है। इसका सहसंबंध गुणांक -1 होता है। व्यवहार में हमें शायद ही ऐसे सहसंबंध देखने को मिलते हैं।
- सहसंबंध की अनुपस्थिति:** अगर दो चरों की दोनों श्रृंखलाएं कोई संबंध नहीं दर्शाती हैं अथवा एक चर में परिवर्तन से अन्य चर में कोई परिवर्तन नहीं होता है तो हम कह सकते हैं कि इन दोनों चरों में कोई सहसंबंध नहीं है अथवा बेतुका सहसंबंध है। ऐसी स्थिति में सहसंबंध गुणांक '0' होता है।
- सहसंबंध की सीमित श्रेणियां:** अगर दो चर पूर्ण रूप से सहसंबंधित नहीं हैं अथवा उनमें सहसंबंध की पूर्ण अनुपस्थिति है तो हम सहसंबंध को सीमित सहसंबंध कहते हैं।

इस प्रकार सहसंबंध धनात्मक, ऋणात्मक और शून्य हो सकता है, लेकिन ± 1 सीमा में ही रहता है। अर्थात् r का मूल्य $-1 \leq r \leq +1$ होता है। + और - के चिन्ह क्रमशः धनात्मक रैखिक सहसंबंध और ऋणात्मक रैखिक सहसंबंध के लिए प्रयुक्त किए जाते हैं।



टिप्पणियाँ

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

- अगर x और y में एक घनिष्ठ धनात्मक रैखिक सहसंबंध है तो $v + 1$ के निकट होता है। v का मूल्य $+1$ मूल्य पूर्ण धनात्मक सहसंबंध प्रकट करता है।
- अगर x और y में एक घनिष्ठ ऋणात्मक रैखिक सहसंबंध है r तो का ठीक -1 , मूल्य पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध को प्रकट करता है।
- अगर कोई रैखिक सहसंबंध नहीं है अथवा कमजोर रैखिक सहसंबंध है तो r का मूल्य '0' के निकट होता है।

निम्न तालिका सहसंबंध गुणांक के प्रभाव (अथवा मात्रा) को दर्शाती है :

तालिका 10.2: सहसंबंध की श्रेणियाँ और प्रकार

श्रेणियाँ	धनात्मक	ऋणात्मक
सहसंबंध की अनुपस्थिति	शून्य	शून्य
पूर्ण सहसंबंध	+1	-1
उच्च श्रेणी	+0.75 से +1	-0.75 से -1
साधारण श्रेणी	+0.25 से +0.75	-0.25 से -0.75
निम्न श्रेणी	0 से 0.25	0 से -0.25

ध्यान दें, r एक आयामहीन मात्रा है, यह प्रयुक्त की गई इकाइयों पर निर्भर नहीं करती है।



पाठगत प्रश्न 10.3

1. सहसंबंध गुणांक का विस्तार इनके बीच होता है—
 - (a) 0 और 1
 - (b) -1 और +1
 - (c) ऋणात्मक अनंत और धनात्मक अनंत
 - (d) 1 और 100
2. यदि दो चर परस्पर पूर्ण रूप से स्वतंत्र हैं तो इनके बीच सहसंबंध होना चाहिए—
 - (a) -1
 - (b) 0
 - (c) +1
 - (d) +0.1



टिप्पणियाँ

3. सहसंबंध गुणांक—
 - (a) 1 से अधिक हो सकता है
 - (b) 1 से अधिक नहीं हो सकता है
 - (c) ऋणात्मक नहीं हो सकता है
4. यदि औसत वार्षिक आय से ऊंचाई स्वतंत्र है तो इन दो चरों के बीच संभावित सहसंबंध क्या है?
 - (a) 1
 - (b) -1
 - (c) 0
 - (d) निश्चित रूप से कहना असंभव है
5. एक विद्यार्थी +1.3 का सहसंबंध निकालता है। यह—
 - (a) एक उच्च धनात्मक सहसंबंध है
 - (b) एक सार्थक सहसंबंध है
 - (c) एक असंभव सहसंबंध है
 - (d) केवल तभी संभव है, जब 'N' अधिक है
6. यदि A ने गणना की एक अभ्यास परीक्षा में सर्वाधिक अंक प्राप्त किए हैं और परीक्षा तथा अंग्रेजी भाषा की परीक्षा में सहसंबंध +1.0 था तो A ने अंग्रेजी भाषा की परीक्षा में कौन-सा स्थान प्राप्त किया?
 - (a) मध्य
 - (b) निम्न
 - (c) सर्वोच्च
 - (d) दी गई सूचना से नहीं कहा जा सकता।
7. कौन-सा सहसंबंध सबसे घनिष्ठ है : +0.65 अथवा -0.70?
 - (a) -0.70
 - (b) +0.65
 - (c) N पर निर्भर करता है
 - (d) दी गई सूचना से नहीं कहा जा सकता



टिप्पणियाँ

8. कार्ल पीरियसन के सहसंबंध गुणांक का चिन्ह है :

- (a) Σ
- (b) σ
- (c) α
- (d) γ

9. यदि एक सामान्य वस्तु की कीमतें बढ़ती हैं तो मांगी गई मात्रा घटती है। ऐसी स्थिति में आप कौन-से सहसंबंध की अपेक्षा करेंगे?

- (a) 0
- (b) धनात्मक
- (c) 0.9
- (d) ऋणात्मक
- (e) जानने योग्य नहीं

10.6 सहसंबंध गुणांक की विशेषताएं

1. सहसंबंध गुणांक 'r', -1 और +1 के बीच होता है।
2. सहसंबंध गुणांक 'r' एक शुद्ध संख्या है और चरों के मापन की इकाइयों पर निर्भर नहीं होता।
3. सहसंबंध गुणांक 'r' उद्गम परिवर्तन पर निर्भर नहीं करता है। अर्थात् 'r' का मूल्य दो चरों के प्रत्येक के व्यक्तिगत मूल्यों में थोड़ी शून्य स्थिरांक वृद्धि अथवा कमी से प्रभावित नहीं होता है।
4. सहसंबंध गुणांक 'r' पैमाने के स्तर में परिवर्तन से स्वतंत्र है अर्थात् 'r' का मूल्य दो चरों के प्रत्येक के मूल्यों में थोड़े गैर-शून्य स्थिरांक द्वारा गुणा अथवा भाग करने पर प्रभावित नहीं होता।



पाठगत प्रश्न 10.4

1. यदि युग्म समंकों (x, y) का एक समूह दिया गया है:
 - (a) यदि x से y स्वतंत्र है तो आप सहसंबंध गुणांक के किस मूल्य की अपेक्षा करेंगे?
 - (b) यदि x पर y रेखीय रूप से निर्भर है तो आप सहसंबंध गुणांक के किस मूल्य की अपेक्षा करेंगे?

2. बताइए निम्नलिखित कथन सही है अथवा गलत : “अगर ऊंचाई और भार के बीच धनात्मक सहसंबंध है तो एक व्यक्ति जिसकी ऊंचाई औसत से अधिक है तो यह आशा की जा सकती है कि उसका भार भी औसत से अधिक होगा?”

10.7 सहसंबंध निर्धारण की विधियाँ

हम सामान्य रूप से सर्वाधिक प्रयुक्त निम्न विधियों पर विचार करेंगे—

1. विक्षेप प्लॉट (विक्षेप चित्र)
2. कार्ल पियर्सन का सहसंबंध गुणांक
3. स्पीयर मैन का सहसंबंध गुणांक

10.7.1 विक्षेप प्लॉट (विक्षेप चित्र अथवा बिंदु चित्र)

विक्षेप प्लॉट, जिन्हें विक्षेप चित्र भी कहते हैं, को दो चरों के बीच संभव संबंध को बिना किसी संख्यात्मक मूल्यों की गणना के ग्राफीय रूप से ज्ञात करने के लिए प्रयोग किया जाता है। इस विधि में दो चरों के मूल्य को एक ग्राफ पेपर पर दर्शाया जाता है। एक को क्षैतिज (X-अक्ष) पर और दूसरे को अनुलंब (Y-अक्ष) पर दिखाया जाता है। समकों को इस प्रकार दर्शाने से हमें ग्राफ पर कुछ बिंदु प्राप्त होते हैं, जो सामान्यतः बिखरे हुए होते हैं, अतः इस विधि को विक्षेप प्लॉट कहते हैं।

इन बिंदुओं के बिखराव के ढंग से सहसंबंध की मात्रा और दिशा का ज्ञान होता है। सहसंबंध की मात्रा को 'r' से व्यक्त करते हैं और इसकी दिशा को धनात्मक और ऋणात्मक चिन्हों द्वारा बताया जाता है।

- (i) अगर सभी बिंदु एक चढ़ती हुई सीधी रेखा पर हैं तो सहसंबंध पूर्णतः धनात्मक लेता है और $r = +1$ (देखें आकृति a)
- (ii) अगर सभी बिंदु एक नीचे गिरती हुई सीधी रेखा पर हैं तो सहसंबंध पूर्णतः ऋणात्मक होता है और $r = -1$ (देखें आकृति d)
- (iii) अगर सभी बिंदु एक संकीर्ण पट्टी पर हैं और ऊपर की ओर बढ़ रहे हैं तो यह उच्च श्रेणी का धनात्मक सहसंबंध है (देखें आकृति b)
- (iv) अगर सभी बिंदु एक संकीर्ण पट्टी पर हैं और नीचे की ओर गिर रहे हैं तो यह उच्च श्रेणी का ऋणात्मक सहसंबंध है (देखें आकृति e)
- (v) अगर सभी बिंदु एक विस्तृत पट्टी पर फैले हुए, ऊपर की ओर चढ़ रहे हैं तो यह निम्न श्रेणी का धनात्मक सहसंबंध है (देखें आकृति c)
- (vi) अगर सभी बिंदु पर विस्तृत पट्टी पर रूप से फैले हुए नीचे की ओर गिर रहे हैं तो सहसंबंध निम्न श्रेणी का ऋणात्मक सहसंबंध है (देखें आकृति f)



टिप्पणियाँ

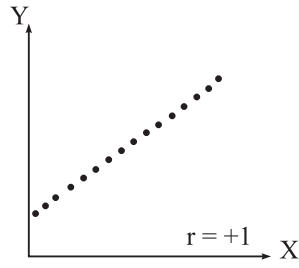
मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



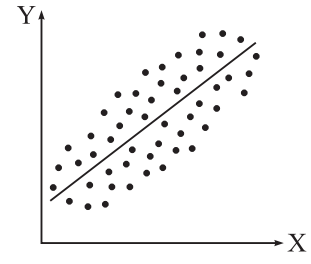
टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण



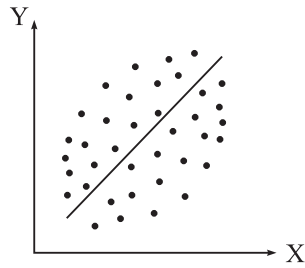
पूर्ण धनात्मक सह-सम्बन्ध

(a)



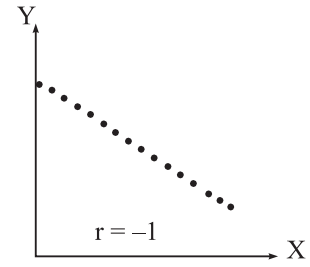
उच्च धनात्मक सह-सम्बन्ध

(b)



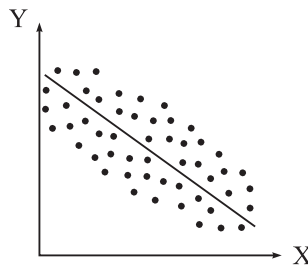
निम्न धनात्मक सह-सम्बन्ध

(c)



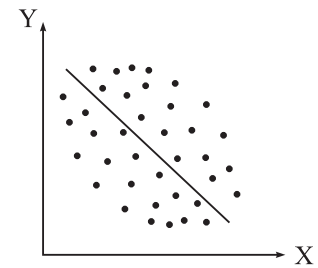
पूर्ण ऋणात्मक सह-सम्बन्ध

(d)



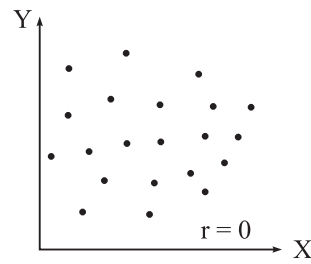
उच्च ऋणात्मक सह-सम्बन्ध

(e)



निम्न ऋणात्मक सह-सम्बन्ध

(f)



शून्य सह-सम्बन्ध

(g)

(vii) अगर सभी बिंदु बिना किसी विशेष ढंग के फैले हुए हैं तो यह सहसंबंध की अनुपस्थिति है अर्थात् $r = 0$ (देखें आकृति g)

यद्यपि यह विधि सरल है और सहसंबंध के होने और उसकी मात्रा का काम चलाऊ आभास देती है, यह विश्वसनीय विधि नहीं है, क्योंकि यह एक गणितीय विधि नहीं है, यह सहसंबंध की मात्रा को नहीं माप सकती है।

10.7.2 कार्ल पियर्सन का सहसंबंध गुणांक

यह सहसंबंध के मापन की सुस्पष्ट संख्यात्मक अभिव्यक्ति प्रस्तुत करता है। इसे 'r' से दिखाया जाता है। 'r' का मूल्य सहसंबंध की मात्रा को और इसके चिन्ह इसकी दिशा को प्रकट करते हैं। r की गणना का अंकगणितीय सूत्र इस प्रकार है:

$$r = \frac{\sum xy}{N\sigma_x\sigma_y} \quad \dots(1)$$

यहां $x = (X - \bar{X})$, $y = (Y - \bar{Y})$, $\sigma_x = X$ का मानक विचलन

$\sigma_y = Y$ का मानक विचलन

और $N =$ अवलोकनों के युग्मों की संख्या

$$\text{अतः } \sigma_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{N}} \quad \text{और} \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum y^2}{N}}$$

अतः समीकरण 1 को इस प्रकार भी लिखा जा सकता है:

$$r = \frac{\sum xy}{\sqrt{\sum x^2} \times \sqrt{\sum y^2}}$$

अंकगणितीय माध्य का उपयोग करते हुए

$$r = \frac{\sum (X - \bar{X}) \times (Y - \bar{Y})}{\sqrt{\sum (X - \bar{X})^2} \times \sqrt{\sum (Y - \bar{Y})^2}}$$

काल्पनिक माध्य का प्रयोग करते हुए

$$r = \frac{\sum dx dy - \frac{\sum dx \cdot \sum dy}{N}}{\sqrt{\sum dx^2 - \frac{(\sum dx)^2}{N}} \times \sqrt{\sum dy^2 - \frac{(\sum dy)^2}{N}}}$$

प्रत्यक्ष विधि

$$r = \frac{N \sum XY - [\sum X][\sum Y]}{\sqrt{N \sum X^2 - (\sum X)^2} \times \sqrt{N \sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$



टिप्पणियाँ

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

अब x और y के सह विचरण (cov) को इस प्रकार परिभाषित किया जाता है

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{N}$$

$$\therefore r = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$$

यहां N समकों के युग्मों की संख्या है

$$d_x = X - A_X$$

$$d_y = Y - A_Y$$



पाठगत प्रश्न 10.5

- सह विचरण के धनात्मक मूल्य संकेत करते हैं
 - x मूल्यों के एक धनात्मक विचरण को
 - y मूल्यों के एक धनात्मक विचरण को
 - कि मानक विचलन धनात्मक है
 - दो चरों के बीच धनात्मक संबंध को

उदाहरण 1: निम्न समकों से एक कंपनी के विज्ञापन पर व्यय और बिक्री के आंकड़ों के मध्य सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए:

विज्ञापन व्यय (रुपये में)	165	166	167	168	167	169	170	172
बिक्री (लाख रुपये में)	167	168	165	172	168	172	169	171

हल: $n = 8$ (अवलोकनों के युग्म)

विज्ञापन व्यय (रुपये में) : X_i	बिक्री (लाख में) Y_i	$x = X_i - \bar{X}$	$y = Y_i - \bar{Y}$	xy	x^2	y^2
165	167	-3	-2	6	9	4
166	168	-2	-1	2	4	1
167	165	-1	-4	4	1	16
167	168	-1	-1	1	1	1
168	172	0	3	0	0	9

सहसंबंध विश्लेषण

169	172	1	3	3	1	9
170	169	2	0	0	4	0
172	171	4	2	8	16	4
$\Sigma X_i = 1344$	$\Sigma Y_i = 1352$	0	0	$\Sigma xy = 24$	$\Sigma x^2 = 36$	$\Sigma y^2 = 44$

गणना

$$\bar{X} = \frac{\Sigma X_i}{N} = \frac{1344}{8}$$

$$= 168 \text{ cm और } \sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{36}{8}}$$

$$\bar{Y} = \frac{\Sigma Y_i}{N} = \frac{1352}{8}$$

$$= 169 \text{ cm और } \sigma_y = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{N}} = \sqrt{\frac{44}{8}}$$

$$\text{अब } r = \frac{\Sigma xy}{N\sigma_x\sigma_y} = \frac{24}{8\sqrt{\frac{36}{8}} \times \sqrt{\frac{44}{8}}} = \frac{24}{\sqrt{36 \times 44}} = +0.6029$$

'r' सकारात्मक और 0.6 है। यहां धनात्मक और सामान्य सहसंबंध को प्रदर्शित करता है अर्थात् प्रत्यक्ष और सामान्यता अच्छा

उदाहरण 2: निम्नलिखित आंकड़ों से X और Y के बीच सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए:

	X	Y
मदों की संख्या	→ 15	15
अंकगणितीय माध्य	→ 25	18
$\Sigma(X_i - \bar{X})^2$ और $\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2$	→ 136	138
$\Sigma(X_i - \bar{X}) \cdot \Sigma(Y_i - \bar{Y})$	→ 122	

हल: दिया है $N = 15$, $\bar{X} = 25$, $\bar{Y} = 18$

$$\Sigma(X_i - \bar{X})^2 \text{ i.e. } \Sigma x^2 = 136$$

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

$$\Sigma(Y_i - \bar{Y})^2 \quad \text{i.e.} \quad \Sigma y^2 = 138$$

और $\Sigma(X_i - \bar{X}) \cdot \Sigma(Y_i - \bar{Y}) = \Sigma xy = 122$

प्रयोग करते हुए $r = \frac{\Sigma xy}{\sqrt{\Sigma x^2} \times \sqrt{\Sigma y^2}}$

हम प्राप्त करते हैं $r = \frac{122}{\sqrt{136} \times \sqrt{138}} = \frac{122}{136.9} = 0.891$

उदाहरण 3: यदि X और Y को मध्य सह विचरण 12.3 है और x तथा y का विचरण क्रमशः 16.4 और 13.8 है। इनमें सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए।

हल: दिया गया है सह विचरण = cov (X, Y) = 12.3

का विचरण X (σ_x^2) = 16.4

का विचरण Y (σ_y^2) = 13.8

अब

$$\begin{aligned} r &= \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{12.3}{\sqrt{16.4} \times \sqrt{13.8}} \\ &= \frac{12.3}{4.05 \times 3.71} = 0.82 \end{aligned}$$

उदाहरण 4: निम्नलिखित आंकड़ों से अवलोकनों के युग्मों की संख्या ज्ञात कीजिए:

$$r = 0.25, \Sigma(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 60, \sigma_y = 4, \Sigma(X_i - \bar{X})^2 = 90.$$

हल: दिया गया $r = 0.25$

$$\Sigma(X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = \Sigma xy = 60$$

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{N}} = \sqrt{\frac{\Sigma(X_i - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{90}{N}}$$

$$\sigma_y = 4 = \sqrt{\frac{\Sigma y^2}{N}}$$

$$\text{अब } r = \frac{\Sigma xy}{n\sigma_x \cdot \sigma_y} = \frac{60}{N\sqrt{\frac{90}{N}} \times 4} = \frac{15}{\sqrt{90N}}$$

$$\therefore 0.25 = \frac{15}{\sqrt{90N}}$$

$$\therefore 0.25 \times \sqrt{90N} = 15$$

वर्गफल निकालने पर

$$\therefore 0.0625 \times 90N = 225$$

$$\therefore 90N = \frac{225}{0.0625}$$

$$\therefore 90N = 3600$$

$$\therefore N = 40$$

इसीलिए, अवलोकनों के युग्मों की संख्या = 40

10.7.2.1 कल्पित माध्य विधि

यदि X और Y के मूल्य बहुत बड़े हैं तो गणना बहुत कठिन हो जाती है और हम X चर को Y में परिवर्तित करते हैं $u = \frac{X_1 - A}{c}$ और y को r में $v = \frac{Y_1 - B}{k}$ यहां A और B चर क्रमशः X और Y के कल्पित माध्य हैं और h तथा k चर X और Y के समान कारक हैं।

पैसे की पहले बताया गया है कि सहसंबंध गुणांक की एक विशेषता यह है कि यह पैमाने के परिवर्तन और मूल के परिवर्तन से स्वतंत्र है, इसीलिए:

$$r_{xy} = r_{uv}$$

r के सूत्र को इस प्रकार से सरल किया जा सकता है

$$r_{xy} = r_{uv} = \frac{\Sigma uv - \left(\frac{(\Sigma u)(\Sigma v)}{N} \right)}{\sqrt{\Sigma u^2 - \frac{(\Sigma u)^2}{N}} \times \sqrt{\Sigma v^2 - \frac{(\Sigma v)^2}{N}}}$$



टिप्पणियाँ

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

उदाहरण 5: निम्नलिखित आंकड़े एक कंपनी की पिछले 10 महीनों की लागत और बिक्री से संबंधित हैं—

लागत (रुपयों में)	44	80	76	48	52	72	68	56	60	64
बिक्री (रुपयों में)	48	75	54	60	63	69	72	51	57	66

इन दोनों के बीच सहसंबंध गुणांक ज्ञात कीजिए:

हल: यहां $A = 60$, $h = 4$, $B = 60$ और $k = 3$

लागत बिक्री

लागत (रुपयों में)	बिक्री (रुपयों में)	$u = \frac{X - A}{h}$	$v = \frac{Y - B}{d}$	uv	u^2	v^2
44	48	-4	-4	16	16	16
80	75	5	5	25	25	25
76	54	4	-2	-8	16	4
48	60	-3	0	0	9	0
52	63	-2	1	-2	4	1
72	69	3	3	9	9	9
68	72	2	4	8	4	16
56	51	-1	-3	3	1	9
60	57	0	-1	0	0	1
64	66	1	2	2	4	4
		$\Sigma u = 5$	$\Sigma v = 5$	$\Sigma uv = 53$	$\Sigma u^2 = 85$	$\Sigma v^2 = 85$

गणना

$$r_{xy} = r_{uv} = \frac{\Sigma uv - \left(\frac{(\Sigma u)(\Sigma v)}{N} \right)}{\sqrt{\Sigma u^2 - \frac{(\Sigma u)^2}{N}} \times \sqrt{\Sigma v^2 - \frac{(\Sigma v)^2}{N}}}$$



टिप्पणियाँ

$$\begin{aligned}
 &= \frac{53 - \left(\frac{(5)(5)}{10} \right)}{\sqrt{85 - \frac{(5)^2}{10}} \times \sqrt{85 - \frac{(5)^2}{10}}} \\
 &= \frac{53 - \left(\frac{(5)(5)}{10} \right)}{\sqrt{85 - \frac{(5)^2}{10}} \times \sqrt{85 - \frac{(5)^2}{10}}} \\
 &= \frac{53 - 2.5}{\sqrt{82.5} \times \sqrt{82.5}} \\
 &= \frac{50.5}{82.5} = 0.61
 \end{aligned}$$

10.6.3 स्पीयर मैन का सहसंबंध गुणांक

यह विधि वास्तविक मूल्यों के स्थान पर मर्दों के क्रमों पर आधारित है। अन्यो विधियों की तुलना में इस विधि का लाभ यह है कि इसे मर्दों की वास्तविक मूल्यों से अनभिज्ञ होने पर भी उपयोग किया जा सकता है। उदाहरण के लिए, यदि आप अपनी कक्षा के छात्रों में बुद्धि और ईमानदारी के बीच सहसंबंध जानना चाहते हैं तो आप छात्रों को क्रम देकर इसका उपयोग कर सकते हैं। इसे दो जर्जों अथवा दो परीक्षकों के बीच सहमतियों की मात्रा को जानने के लिए भी प्रयोग किया जा सकता है। इसका सूत्र है:

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)}$$

यहां R = क्रम सहसंबंध गुणांक

D = दो मर्दों के क्रमों का अंतर

N = अवलोकनों की संख्या

टिप्पणी: $-1 \leq R \leq 1$.

(i) जब $R = +1$ = पूर्ण धनात्मक सहसंबंध अथवा समान दिश में पूर्ण सहमति

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

(ii) जब $R = -1 =$ पूर्ण ऋणात्मक सहसंबंध अथवा विपरीत दिशा में पूर्ण सहमति

(iii) जब $R = 0 =$ कोई सहसंबंध नहीं

गणना

(i) मर्दों के मूल्य को क्रम दीजिए। सामान्यतः अधिकतम मूल्य वाले मर्द को क्रम 1 दिया जाता है और अन्यो को क्रम 2, 3, 4...उनके मूल्यों के घटते क्रम में दिया जाता है।

(ii) अंतर ज्ञात कीजिए $D = R_1 - R_2$

यहां $R_1 = X$ का क्रम और $R_2 = Y$ का क्रम

टिप्पणी $\Sigma D = 0$ (सदैव)

(iii) D^2 की गणना कीजिए और ΣD^2 ज्ञात कीजिए

(iv) सूत्र का प्रयोग कीजिए।

टिप्पणी:

कुछ स्थितियों में, दो अथवा अधिक मर्दें बराबर होती हैं। उदाहरण के लिए, यदि प्रत्येक मर्द

का 4वां क्रम है तो उनको है $\frac{4+5}{2} = 4.5$ वां क्रम दिया जाता है। यदि 3 मर्दों का समान

4वां क्रम है तो प्रत्येक को $\frac{4+5+6}{3} = 5$ वां क्रम दिया जाता है। यदि समान क्रमों की मर्द

संख्या m है तो कारक $\frac{1}{12} (m^3 - m)$ को ΣD^2 में जोड़ दिया जाता है। अगर इस तरह की

स्थिति एक से अधिक है तो ऐसी स्थितियों में इस कारक '↑' को जोड़ा जाता है (कई बार जैसी स्थितियों की संख्या हो)

और फिर

$$R = 1 - \frac{6 \left\{ \Sigma D^2 + \frac{1}{12} (m_1^3 - m_1) + \frac{1}{12} (m_2^3 - m_2) + \dots \right\}}{N(N^2 - 1)}$$

उदाहरण 6: निम्नलिखित आंकड़ों से 'R' की गणना कीजिए:

विद्यार्थियों की संख्या :	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
गणित में क्रमे :	1	3	7	5	4	6	2	10	9	8
सांख्यिकी में क्रम :	3	1	4	5	6	9	7	8	10	2

हल

विद्यार्थियों की संख्या	गणित में क्रम (R ₁)	सांख्यिकी में क्रम (R ₂)	D = (R ₁ - R ₂)	D ²
1	1	3	-2	4
2	3	1	2	4
3	7	4	3	9
4	5	5	0	0
5	4	6	-2	4
6	6	9	-3	9
7	2	7	-5	25
8	10	8	2	4
9	9	10	-1	1
10	8	2	6	36
N = 10			ΣD = 0	ΣD ² = 96



टिप्पणियाँ

R की गणना

$$R = 1 - \frac{6\Sigma D^2}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6(96)}{10(100 - 1)} = 1 - \frac{6 \times 96}{10 \times 99} = 0.4181$$

उदाहरण 7: निम्नलिखित आंकड़ों से 6 विद्यार्थियों 'R' की गणना कीजिए:

सांख्यिकी प्राप्तांक :	40	42	45	35	36	39
अंग्रेजी में प्राप्तांक :	46	43	44	39	40	43

हल:

सांख्यिकी में प्राप्तांक	R ₁	अंग्रेजी में प्राप्तांक	R ₂	D	D ²
40	3	46	1	2	4
42	2	43	3.5	-1.5	2.25
45	1	44	2	-1	1
35	6	39	6	0	0
36	5	40	5	0	0
39	4	43	3.5	0.5	0.25
N = 6				ΣD = 0	ΣD ² = 7.50

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

यहां, क्योंकि अंग्रेजी के प्राप्तांकों की श्रृंखला में मूल्य 43 दो बार आया है:

$$R = 1 - \frac{6 \left\{ \Sigma D^2 + \frac{1}{12} (2^3 - 2) \right\}}{N(N^2 - 1)} = 1 - \frac{6 \left\{ 7.5 + \frac{1}{12} (8 - 2) \right\}}{6(36 - 6)}$$

$$R = 1 - \frac{6(7.5 + 0.5)}{210} = 0.771$$

उदाहरण 8: एक निश्चित अवलोकनों के युग्मों की संख्या का स्पीयर मैन के क्रम सहसंबंध गुणांक का मूल्य $2/3$ ज्ञात किया गया। संबंधित क्रमों के बीच के अंतरों के वर्गफल का योग 55 था। युग्मों की संख्या ज्ञात कीजिए:

हल: हमारे पास

$$R = 1 - \frac{6 \Sigma D^2}{N(N^2 - 1)} \text{ but } R = \frac{2}{3} \text{ and } \Sigma D^2 = 55$$

$$\therefore \frac{2}{3} = 1 - \frac{6 \times 55}{N(N^2 - 1)}$$

$$\therefore -\frac{1}{3} = -\frac{6 \times 55}{N(N^2 - 1)}$$

$$\therefore N(N^2 - 1) = 6 \times 55$$

अब $N(N^2 - 1) = 990$

$$\therefore N(N^2 - 1) = 10 \times 99 = 10(100 - 1)$$

$$\therefore N(N^2 - 1) = 10(102 - 1) \Rightarrow N = 10$$

इसीलिए वहां 10 विद्यार्थी थे



पाठगत प्रश्न 10.6

1. एक सौंदर्य प्रतियोगिता में दो जजों द्वारा दिए गए अंक नीचे दिए गए हैं:

जज I	56	75	45	71	61	64	58	80	76	61
जज II	66	70	40	60	65	56	69	77	67	63

क्रम सहसंबंध विधि का प्रयोग करते हुए यह निर्धारित कीजिए कि क्या दोनों जजों में सौंदर्य के निर्णय के प्रति एक जैसी रुचि है?



टिप्पणियाँ



आपने क्या सीखा

- सहसंबंध चरों के बीच साहचर्य को मापता है। सहसंबंध धनात्मक अथवा ऋणात्मक और रैखिक अथवा गैर-रैखिक हो सकता है। इसे 'r' द्वारा प्रदर्शित किया जाता है।
- 'r' का मूल्य -1 और +1 जैसे $-1 \leq r \leq +1$ के बीच होता है।
- पैमाने और उद्गम के परिवर्तन से सहसंबंध गुणांक 'r' स्वतंत्र होता है।
- सहसंबंध को मापने की महत्वपूर्ण विधियाँ (i) विक्षेप चित्र (ii) कार्ल पियर्सन का सहसंबंध गुणांक; और (iii) स्पीयर मैन का क्रम सहसंबंध गुणांक हैं।
- दो चरों के बीच में बिना किसी अंक गणितीय मूल्य की गणना के संभव संबंध को ग्राफीय रूप से ज्ञात करने के लिए विक्षेप चित्र विधि का उपयोग किया जाता है।
- कार्ल पियर्सन विधि का उपयोग करते हुए 'r' की गणना का अंक गणितीय सूत्र निम्न प्रकार है:

$$r = \frac{\sum xy}{N\sigma_X\sigma_Y} \quad \dots(1)$$

यहां $x = (X - \bar{X})$, $y = (Y - \bar{Y})$, $\sigma_X = \text{s.d. of } X$

$\sigma_X = \text{s.d.}$ और $n = \text{अवलोकनों के युग्मों की संख्या}$

- सहसंबंध (r) को X और Y दोनों चरों के वास्तविक मूल्यों का उपयोग करते हुए भी निम्न प्रकार आकलन किया जा सकता है:

$$r = \frac{N\sum XY - [\sum X][\sum Y]}{\sqrt{N\sum X^2 - (\sum X)^2} \times \sqrt{N\sum Y^2 - (\sum Y)^2}}$$

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

- X और Y दो चरों के सह विचरण को इस प्रकार भी परिभाषित किया जा सकता है:

$$\text{cov}(X, Y) = \frac{\sum (X - \bar{X})(Y - \bar{Y})}{N}$$

यहां N समकों के युग्मों की संख्या है

यदि सह विचरण दिया हुआ है तो $r = \frac{\text{cov}(X, Y)}{\sigma_X \sigma_Y}$

- कल्पित माध्य विधि द्वारा सहसंबंध निम्न प्रकार ज्ञात किया जाता है:

$$r_{xy} = r_{uv} = \frac{\sum uv - \left(\frac{(\sum u)(\sum v)}{N} \right)}{\sqrt{\sum u^2 - \frac{(\sum u)^2}{N}} \times \sqrt{\sum v^2 - \frac{(\sum v)^2}{N}}}$$

यहां $u = \frac{X - A}{h}$ और $v = \frac{Y - B}{k}$

A और B चर X और Y के कल्पित माध्य हैं और h तथा k चर X और Y के समान कारक हैं

- निम्न से ज्ञात होता है:

स्पीयर मैन का क्रम संबंध (R)

$$R = 1 - \frac{6\sum D^2}{N(N^2 - 1)}$$

यहां R = क्रम सहसंबंध गुणांक

D = दो मदों के क्रमों का अंतर

N = अवलोकनों की संख्या



पाठांत प्रश्न

1. x और y चर से संबंधित समंक नीचे दिए गए हैं:

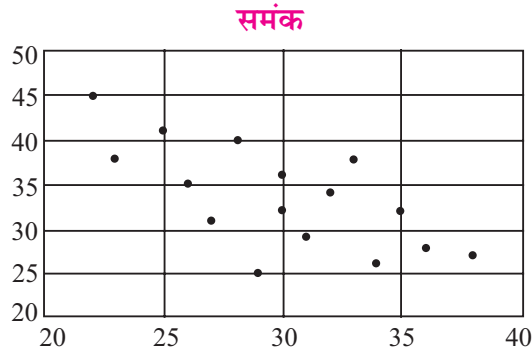
x	72	73	75	76	77	78	79	80	80	81	82	83	84	85	86	88
y	45	38	41	35	31	40	25	32	36	29	34	38	26	32	28	27



टिप्पणियाँ

- (a) एक विक्षेप चित्र बनाइए।
 (b) सहसंबंध गुणांक 'r' की गणना कीजिए।

उत्तर



2. विभिन्न विद्यार्थियों के अध्ययन के घंटों की संख्या और उनके सोने के घंटों की संख्या के बीच सहसंबंध गुणांक की गणना और विश्लेषण कीजिए:

अध्ययन के घंटों की संख्या	2	4	6	8	10
सोने के घंटों की संख्या	10	9	8	7	6

3. निम्नलिखित सारणी से सहसंबंध गुणांक का मूल्य ज्ञात कीजिए:

विषय	आयु (x)	ग्लूकोज स्तर (y)
1	43	99
2	21	65
3	25	79
4	42	75
5	57	87
6	59	81

4. नीचे दो विषयों A और B में 15 विद्यार्थियों के मूल्य दिए गए हैं। कोष्ठकों में दी संख्याएं इन विद्यार्थियों के क्रमशः A और B विषयों में क्रमों को दर्शाते हैं।

(1,10) (2,7) (3,2) (4,6) (5,4) (6,8) (7,3) (8,1).
 (9,11) (10,15) (11,9) (12,5) (13,14) (14,12) (15,13)

क्रम सहसंबंध गुणांक को ज्ञात करने के लिए स्पीयर मैन के सूत्र का उपयोग कीजिए।

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

5. निम्नलिखित आंकड़ों से विज्ञापन लागत और बिक्री में कार्ल पियर्सन के सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए:

विज्ञापन लागत	36	65	62	90	82	75	25	98	36	78
बिक्री (लाख में)	47	53	58	86	62	68	60	91	51	81

6. दो चरों के अवलोकनों को दिया गया है—

Y	X
5	2
8	12
18	3
20	6
22	11
30	19
10	18
7	9

- (a) उपर्युक्त आंकड़ों से सरल सह विचरण की गणना और उसका निर्वचन कीजिए।
 (b) सरल सहसंबंध गुणांक की गणना और निर्वचन कीजिए।
7. एक प्रशिक्षणकर्ता ने यह ज्ञात करना चाहा कि परीक्षा के लिए उसके प्रशिक्षार्थियों ने दोहराने पर जो समय दिया उसका उनके परीक्षा प्राप्तांकों पर क्या कोई प्रभाव हुआ है? परीक्षा से पूर्व उनके एक दैव प्रतिशत से उसने पूछा कि वे इमानदारी से बताएं कि उन्होंने दोहराने पर कितना समय व्यतीत किया? परीक्षा के बाद उसने दोनों चरों के बीच संबंध ज्ञात किया।

परिक्षणार्थी	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
दोहराने में समय	4	9	10	14	4	7	12	22	1	17
परीक्षा में अंक	31	58	65	73	37	44	60	91	21	84

- (a) आंकड़ों के निरीक्षण के लिए विक्षेप चित्र बनाइए।
 (b) सहसंबंध गुणांक की गणना कीजिए।
8. सह विचरण के धनात्मक मूल्य दर्शाते हैं—
- (a) x मूल्यों के एक धनात्मक विचरण को
 (b) y मूल्यों के एक धनात्मक विचरण को



टिप्पणियाँ

- (c) कि प्रमाप विचलन धनात्मक है
- (d) दो चरों के बीच धनात्मक संबंध को
9. दो चरों के बीच रेखीय साहचर्य का संख्यात्मक माप है—
- (a) विचरण
- (b) विचरण का गुणांक
- (c) सहसंबंध गुणांक
- (d) प्रमाप विचलन
10. सहसंबंध गुणांक का विस्तार इनके बीच होता है—
- (a) 0 और 1 के
- (b) -1 और +1 के
- (c) ऋणात्मक अनंत और धनात्मक अनंत के
- (d) 1 और 100 के
11. सहसंबंध गुणांक—
- (a) 1 से अधिक हो सकता है
- (b) 1 से अधिक नहीं हो सकता है
- (c) ऋणात्मक नहीं हो सकता है
12. यदि ऊंचाई औसत वार्षिक आय से स्वतंत्र है तो इन दोनों चरों के बीच कैसे सहसंबंध की अपेक्षा की जा सकती है—
- (a) 1
- (b) -1
- (c) 0
- (d) कुछ निश्चित कहना असंभव है
13. एक विद्यार्थी +1.3 सहसंबंध ज्ञात करता है। यह—
- (a) एक उच्च धनात्मक सहसंबंध है
- (b) एक सार्थक सहसंबंध है

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

- (c) एक असंभव सहसंबंध है
- (d) केवल तभी संभव है, यदि N अधिक है
14. एक कंपनी के स्वास्थ्य तथा सुरक्षा पर व्यय और कार्य संबंधित दुर्घटनाओं की संख्या के बीच किस प्रकार के सहसंबंध की अपेक्षा की जाएगी?
- (a) धनात्मक
- (b) ऋणात्मक
- (c) कोई भी नहीं
15. यदि A ने गणना के एक अभ्यास परीक्षण में सर्वाधिक अंक प्राप्त किए हैं और इस परीक्षण तथा अंग्रेजी भाषा के परीक्षण में +1.0 का सहसंबंध है तो A ने अंग्रेजी भाषा के परीक्षण में कौन-सा स्थान प्राप्त किया है?
- (a) मध्य
- (b) निम्न
- (c) सर्वोच्च
- (d) दी गई सूचना द्वारा नहीं कहा जा सकता
16. +0.65 अथवा -0.70 में कौन-सा सहसंबंध सबसे घनिष्ठ है?
- (a) -0.70
- (b) +0.65
- (c) N पर निर्भर करता है
- (d) दी गई सूचना द्वारा नहीं कहा जा सकता
17. कार्ल पियर्सन सहसंबंध गुणांक का प्रतीक है—
- (a) Σ
- (b) σ
- (c) α
- (d) γ
18. यदि 'r' ऋणात्मक है तो एक चर के मूल्य में वृद्धि होती है तो
- (a) दूसरे में वृद्धि होती है
- (b) दूसरा वृद्धिमान दर से बढ़ता है



टिप्पणियाँ

- (c) दूसरे चर के मूल्य में कमी होती है
- (d) दूसरे चर में कोई परिवर्तन नहीं होता है
- (e) उपर्युक्त सभी
19. अगर दो चर आपस में निरपेक्ष रूप से स्वतंत्र हैं तो इनके बीच सहसंबंध होना चाहिए—
- (a) -1
- (b) 0
- (c) $+1$
- (d) $+0.1$
20. एक सामान्य वस्तु के लिए, यदि कीमत बढ़ती है तो उसकी मांगी गई मात्रा घटती है। ऐसी स्थिति में आप किस प्रकार के सहसंबंध गुणांक की अपेक्षा करेंगे?
- (a) 0
- (b) धनात्मक
- (c) 0.9
- (d) ऋणात्मक
- (e) न जानने योग्य



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

10.1

1. एक धनात्मक सहसंबंध, लेकिन सहसंबंध में कारण-प्रभाव संबंध लागू नहीं होता है।
2. धनात्मक। सामान्यतः लोग आयु के साथ ऊंचाई में बढ़ते हैं।

10.2

1. (b)
2. (c)

मॉड्यूल - 4

सांख्यिकी उपकरण



टिप्पणियाँ

सहसंबंध विश्लेषण

10.3

1. (b)
2. (b)
3. (b)
4. (c)
5. (c)
6. (c)
7. (a)
8. (d)
9. (d)

10.4

1. (a) $r = 0$
2. (b) $r = 1$ अथवा $(r = -1)$ ये दोनों समान हैं, जैसे $r = -1$

10.5

1. (d)

10.6

1. +0.67 यह दोनों जजों द्वारा दिए गए क्रमों के बीच एक घनिष्ठ धनात्मक संबंध को प्रदर्शित करता है अर्थात् सौंदर्य के प्रति दोनों जजों में उच्च मात्रा की आम सहमति है।