



318hi06

6

## मॉड्यूल - 3

सांख्यिकी का परिचय



टिप्पणियाँ

# आंकड़ों का संग्रह और वर्गीकरण

पिछले पाठ में आपने सांख्यिकी के अर्थ और विस्तार के साथ-साथ अर्थशास्त्र में उसकी उपयोगिता के विषय में पढ़ा है। इस पाठ में आप आंकड़ों के संग्रह, व्यवस्थापन और संक्षेपण (संघनन) के विषय में पढ़ेंगे। सांख्यिकीय जानकारी को अर्थपूर्ण बनाने के लिए इन विधियों का प्रयोग आवश्यक होता है।



### उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप:

- प्राथमिक एवं द्वितीयक आँकड़ों में भेद कर पाएंगे;
- प्राथमिक आंकड़े एकत्र करने की विधियों की सूची बना पाएंगे;
- द्वितीयक आँकड़ों के कुछ प्रमुख स्रोतों के उदाहरण दे पाएंगे;
- श्रृंखला सारणी आवृत्ति/बारंबारता श्रृंखला और बारंबारता बंटन की अवधारणों की व्याख्या कर पाएंगे;
- आवृत्ति/बारंबारता बंटन बनाने की विधियाँ बता पाएंगे; तथा
- दिए गए आंकड़ों के आधार पर सरल व संचयी आवृत्ति बंटनों की रचना कर पाएंगे।

### 6.1 आंकड़ों का संग्रह

#### (क) प्राथमिक बनाम द्वितीय आंकड़े

आंकड़े दो प्रकार से एकत्र किए जा सकते हैं। एक तरीका तो प्रत्यक्षतः सूचना देने वाले से जानकारी पाना है। अन्वेषक (आंकड़े एकत्र करने वाला) जिस व्यक्ति से पूछताछ करता है, उसे हम संसूचक कहते हैं। ऐसी जानकारी को हम प्राथमिक आंकड़े कहते हैं और इस प्रकार की जानकारी देने वाले स्रोतों को प्राथमिक स्रोत कहा जाता है। ये आंकड़े मूल आंकड़े हैं, इन्हें



टिप्पणियाँ

अन्वेषक ही पहली बार एकत्र करता है। उदाहरण के लिए, यदि अन्वेषक राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान के कर्मचारियों से पूछकर उनके वेतन आदि की जानकारी एकत्र करता है तो ये जानकारी उस अन्वेषक के लिए प्राथमिक आंकड़े होंगे।

आंकड़े एकत्र करने का दूसरा तरीका किसी अन्य व्यक्ति द्वारा एकत्र की गई जानकारियों को उपयोग में लाना है। अन्वेषक उन आंकड़ों को अपने काम योग्य बना लेता है या अपना लेता है। इस जानकारी को द्वितीयक आंकड़े कहते हैं। इनका स्रोत द्वितीयक स्रोत कहलाता है। उदाहरणतः यदि राष्ट्रीय मुक्त विद्यालयी शिक्षा संस्थान के वेतन रजिस्टर में कर्मचारियों के वेतन की जानकारी संकलित की जाए तो ये द्वितीयक आंकड़े होंगे।

### (ख) प्राथमिक आंकड़े एकत्र करने की विधियाँ

प्राथमिक आंकड़े एकत्र करने की कई विधियाँ हैं—

#### 1. प्रत्यक्ष व्यक्तिगत साक्षात्कार

इस विधि में अनेक प्रत्यक्षतः प्रतिवादी से बातचीत कर जानकारी प्राप्त करता है। जानकारी देने वाला ही संसूचक होता है।

**2. अप्रत्यक्ष मौखिक अन्वेषण :** इस विधि में जानकारी अप्रत्यक्ष रूप से एकत्र होती है। विभिन्न व्यक्तियों के सामने अध्ययन से जुड़े प्रश्न रखे जाते हैं और उनके उत्तर रिकॉर्ड कर लिए जाते हैं। यह विधि उस स्थिति में ज्यादा उपयुक्त होती है, जब संबद्ध व्यक्ति सहज उपलब्ध नहीं हो या सीधे बात करने का इच्छुक नहीं हो।

#### 3. प्रश्नावली विधि

इस विधि में प्रश्नों की सूची तैयार की जाती है और प्रतिवादियों के पास डाक द्वारा या किसी के हाथ भेज दी जाती है। यह विधि उस स्थिति में उपयुक्त होती है, जब बहुत बड़े स्तर पर जानकारी संग्रह की जानी हो।

प्राथमिक आंकड़े प्रयोग करने के कुछ विशेष लाभ होते हैं। अन्वेषक अपनी आवश्यकता के अनुसार जानकारी एकत्र कर पाता है। यह अध्ययन के उद्देश्य को प्राप्त करने के लिये विश्वसनीय विधि है। किंतु इसकी कुछ कठिनाइयाँ भी हैं। इसमें बहुत अधिक धन, समय और परिश्रम लगता है। कई बार कुछ थोड़े-बहुत परिवर्तन के साथ किसी अन्य व्यक्ति या संस्था द्वारा एकत्र जानकारी का प्रयोग भी हमारे लक्ष्य की सिद्धि में सहायक हो सकता है।

### (ग) द्वितीयक आंकड़ों के स्रोत

ये आंकड़े अन्वेषक स्वयं एकत्रित नहीं करता, किसी अन्य अध्ययन या संकलन से प्राप्त करता है। इस प्रकार के आंकड़ों के दो स्रोत हो सकते हैं— (1) पूर्व प्रकाशित स्रोत और (2) अप्रकाशित स्रोत।



टिप्पणियाँ

### (i) प्रकाशित स्रोत

अनेक संस्थाएं नियमित रूप से अपनी पत्रिकाओं और रिपोर्टों में भांति-भांति के आंकड़े प्रकाशित करती हैं। इन संस्थाओं को आंकड़ों के प्रकाशित स्रोत कहा जाता है। भारत में कुछ प्रमुख प्रकाशित स्रोत इस प्रकार हैं—

#### 1. केंद्रीय सांख्यिकी संगठन

यह राष्ट्रीय आय, बचत, पूंजी निर्माण आदि पर आंकड़े प्रकाशित करता है। इसके प्रकाशन का नाम राष्ट्रीय आय लेखा है।

#### 2. राष्ट्रीय निदर्श सर्वेक्षण संगठन

वित्त मंत्रालय के अंतर्गत ये संगठन राष्ट्रीय अर्थव्यवस्था के कृषि, उद्योग, श्रम आदि सभी आयामों से जुड़े आंकड़े प्रकाशित करता है।

#### 3. भारतीय रिजर्व बैंक

यह वित्तीय आंकड़े प्रकाशित करता है। इसके मुख्य प्रकाशन, करेंसी और वित्त रिपोर्ट, रिजर्व बैंक बुलेटिन और भारतीय बैंकों से जुड़ी सांख्यिकीय तालिकाएं आदि हैं।

#### 4. श्रम ब्यूरो

इसके प्रकाशन भारतीय श्रम आंकड़े, भारतीय श्रम वार्षिकी और भारतीय श्रम पत्रिका है।

#### 5. जनगणना

गृह मंत्रालय के अधीनस्थ भारत के महा पंजीकार का कार्यालय, देश में जनगणना का आयोजन करता है। ये जनसंख्या विषयक आंकड़ों का स्रोत है।

#### 6. पत्र-पत्रिकाएं

कैपीटल, कॉमर्स, इकोनॉमिक एंड पॉलिटिकल वीकली और इकोनॉमिक टाइम्स जैसी पत्रिकाएं भी आंकड़ों के महत्वपूर्ण प्रकाशक हैं।

### (ii) अप्रकाशित स्रोत

सारी सांख्यिकीय जानकारी प्रायः प्रकाशित नहीं हो पाती। अतः ऐसी सभी जानकारियां द्वितीयक आंकड़ों का अप्रकाशित स्रोत बन जाती हैं। उदाहरणतः विभिन्न सरकारी, गैर-सरकारी कार्यालयों में जमा जानकारी, अनेक शोधकर्ताओं द्वारा एकत्रित आंकड़े आदि द्वितीयक आंकड़ों के महत्वपूर्ण स्रोत हैं।



टिप्पणियाँ



### पाठगत प्रश्न 6.1

- कोष्ठकों से उपयुक्त शब्द चुनकर रिक्त स्थान भरें—
  - ..... आंकड़े मूल रूप में होते हैं। (प्राथमिक/द्वितीयक)
  - प्राथमिक आंकड़े ..... द्वारा स्वयं एकत्र किए जाते हैं। (अन्वेषक/संसूचक)
  - केंद्रीय सांख्यिकी संगठन ..... पर आंकड़े प्रकाशित करता है। (राष्ट्रीय आय/जनसंख्या)
- इन कथनों में से सत्य/असत्य बताइए—
  - द्वितीयक आंकड़े अन्वेषक द्वारा स्वयं एकत्र किए जाते हैं।
  - भारतीय रिजर्व बैंक आंकड़ों का अप्रकाशित स्रोत है।
  - जिस व्यक्ति से अन्वेषक जानकारी पाने का प्रयास करता है, उसे संसूचक कहा जाता है।

### 6.2 आंकड़ों का व्यवस्थापन और संक्षेपण (संघनन)

माना एक अन्वेषक किसी कक्षा के छात्रों के प्राप्त अंकों का विश्लेषण करना चाहता है। उसने सभी 40 छात्रों के अंकों की जानकारी एकत्र की है, जो इस प्रकार हैं—

20	25	28	27	34	31	30	32	33	40
43	43	40	43	42	43	42	45	43	47
48	46	47	48	46	49	58	54	56	50
53	51	39	38	36	38	35	35	37	

यदि आप अन्वेषक होते तो इन अंकों के किस-किस पक्ष में आपको विशेष दिलचस्पी होती? शायद उच्चतम अंक स्तर में या निम्नतम प्राप्त अंक में। साथ ही यह भी जानने योग्य बात हो सकती है कि अधिकांश बच्चों के अंक किस संख्या के आसपास हैं।

उपर्युक्त आंकड़े अव्यवस्थित हैं। तुलना और विश्लेषण के लिए तो इन्हें किसी क्रमिक श्रृंखला या किन्हीं समानताओं पर आधारित वर्गों के अनुसार व्यवस्थित करना होगा। यही पुनर्गठन आंकड़ों के विश्लेषण की दिशा में पहला कदम होगा। आंकड़ों को दो प्रकार से व्यवस्थित किया जा सकता है—(क) श्रृंखला या सारणी, तथा (ख) आवृत्ति तालिका।

#### (क) श्रृंखला/सारणी

व्यक्तिगत श्रृंखला के आंकड़ों की प्रस्तुति का सबसे सीधा तरीका उन्हें एक सारणी या श्रृंखला का रूप देना है। ये सारणी दो प्रकार की हो सकती हैं—(i) सामान्य सारणी तथा (ii) आवृत्ति सारणी।



टिप्पणियाँ

(i) सामान्य सारणी

हम आंकड़ों को वृद्धिमान या ह्रासमान क्रम में सारणीबद्ध कर सकते हैं। आइए, उपर्युक्त 40 छात्रों के अंकों से ये दोनों प्रकार की सरणियाँ बनाकर देखें। तालिका 6.1 में ये जानकारी वृद्धिमान क्रम में रखी गई है और तालिका 6.2 में हमने ह्रासमान क्रमानुसार सारणी की रचना की है।

तालिका 6.1 : कक्षा के 40 छात्रों के प्राप्तांक की वृद्धिमान क्रम की सारणी

20	35	42	47
25	36	43	48
27	37	43	48
28	38	43	49
30	38	43	50
31	39	43	51
32	40	45	53
33	40	46	54
34	40	46	56
35	42	47	58

तालिका 6.2 : कक्षा के 40 छात्रों के प्राप्तांक की ह्रासमान क्रम की सारणी

58	47	42	35
58	47	42	35
56	46	40	34
54	46	40	33
53	45	40	32
51	43	39	31
50	43	38	30
49	43	38	28
48	43	37	27
48	43	36	26
47	42	35	20

ये दोनों सारणियाँ दो बातें स्पष्ट कर रही हैं। एक, कक्षा में अधिकतम प्राप्तांक 58 हैं और दूसरे, न्यूनतम प्राप्तांक 20 है।

यदि कुल आंकड़ों की संख्या छोटी हो तो उन्हें सारणीबद्ध करना आसान रहता है। किंतु मर्दों की संख्या में वृद्धि होने से श्रृंखला बहुत लंबी हो जाती है और उसे व्यवस्थित करना कठिन

## मॉड्यूल - 3

सांख्यिकी का परिचय



टिप्पणियाँ

### आंकड़ों का संग्रह और वर्गीकरण

हो जाता है। अतः उसे किसी-न-किसी प्रकार संक्षिप्त (संघनन) रूप देना अनिवार्य हो जाएगा। संघनन की एक विधि आवृत्ति सारणी की रचना है।

#### (ii) आवृत्ति सारणी

इस सारणी में विभिन्न आंकड़ों को उनकी आवृत्ति के साथ दर्शाया जाता है। आवृत्ति सारणी की रचना में ये सोपान आते हैं—

1. तीन स्तंभवाली एक तालिका बनाएं। पहले स्तंभ में मर्दों की संख्या, दूसरे में संकेत चिन्ह तथा तीसरे में संबंधित आवृत्तियां दिखाई जाएंगी। आवृत्ति का अर्थ है कि कोई संख्या कितनी बार श्रृंखला में आती है। तालिका 6.1 में 43 की संख्या पांच बार आई है। अतः 43 की आवृत्ति 5 होगी।
2. संख्याओं को पहले स्तंभ में बढ़ते क्रम में इस प्रकार रखें कि एक संख्या केवल एक ही बार लिखी जाए।
3. फिर सारे आंकड़ों पर दृष्टि डालें, कोई संख्या पहली बार दिखाई देने पर उसके आगे दूसरे स्तंभ में एक चिन्ह (I) अंकित करें, दूसरी बार वही संख्या फिर आने पर दूसरा (I) चिन्ह लगा दें। चार बार किसी संख्या के आने पर (IIII) चिन्ह हो जाएंगे। पांचवीं बार वही संख्या आने पर हम तिर्यक चिन्ह लगाते हैं, जो पहले चार चिन्हों को काटता हुआ जाता है (/)।
4. इस प्रकार अंकित चिन्हों की संख्या को गिनकर तीसरे स्तंभ में लिख लेते हैं। यही आवृत्ति है। तालिका 6.3 में हम इन 40 विद्यार्थियों के प्राप्तांकों की आवृत्ति सारणी की रचना कर रहे हैं। पहले स्तंभ में अंकों को बढ़ते क्रम में रखा गया है। इससे अधिकतम और न्यूनतम का जानना आसान होता है। साथ ही संकेत चिन्ह लगाने में भी सुविधा रहती है।

जैसे ही आप किसी संख्या के लिए दूसरे स्तंभ में संकेत चिन्ह लगाएं, इस संख्या को मूल तालिका में से काट देना चाहिए।

तालिका 6.3 : 40 छात्रों के प्राप्त अंकों की आवृत्ति सारणी

प्राप्त अंक (X)	संकेत चिन्ह	आवृत्ति (f)
20		1
25		1
27		1
28		1
30		1
31		1
32		1



टिप्पणियाँ

33	I	1
34	I	1
35	II	2
36	I	1
37	I	1
38	II	2
39	I	1
40	III	3
42	II	2
43	III	5
45	I	1
46	II	2
47	II	2
48	II	2
49	I	1
50	I	1
51	I	1
53	I	1
54	I	1
56	I	1
58	I	1
		कुल आवृत्ति = 40

आवृत्ति सारणी की सबसे बड़ी सीमा यह है कि इससे किसी समूह की विशेषताओं का अनुमान नहीं हो पाता। उदाहरण के लिए इससे हम यह नहीं जान पाते कि कितने विद्यार्थियों को 40 से 45 के बीच अंक मिले हैं। अतः विभिन्न समूहों के बीच तुलना कार्य अभी भी जटिल ही बना रहता है। आवृत्ति बंटन की रचना इस सीमा को दूर कर देती है।



### पाठगत प्रश्न 6.2

कोष्ठकों से उपयुक्त शब्द चुनकर रिक्त स्थानों को भरें—

- (क) एक सामान्य सारणी आंकड़ों का ..... क्रम होती है। (बढ़ता/घटता)।
- (ख) आंकड़ों को सामान्य सारणीबद्ध करना सुविधाजनक होता है, जब आंकड़ों की संख्या ..... होती है। (बड़ी/छोटी)



टिप्पणियाँ

(ग) यदि संख्या बड़ी हो तो आंकड़ों को एक ..... सारणी का रूप देना अधिक सुविधाजनक होता है। (सामान्य/आवृत्ति)

(घ) आवृत्ति सारणी से किसी समूह की विशेषताओं का ..... चलता है। (पता/पता नहीं)

### 6.3 आवृत्ति बंटन

आवृत्ति सारणी के आंकड़े अवर्गीकृत होते हैं। आंकड़ों के वर्गीकरण के लिए आवृत्ति बंटन की आवश्यकता होती है। आवृत्ति बंटन आंकड़ों को विभिन्न श्रेणियों में वर्गीकृत करता है। उदाहरण के लिए, इससे हमें पता चलता है कि कितने छात्रों को 40 से 45 के बीच अंक मिले।

आवृत्ति बंटन की रचना से पूर्व निम्न अवधारणाओं को भली प्रकार समझ लेना आवश्यक है। देखें तालिका 6.4 तथा 6.5।

#### 1. वर्ग :

वर्ग परिमाणों का एक समूह है, इसके दोनों छोर वर्ग सीमा कहे जाते हैं। उदाहरण के लिए, 20-25, 25-30 या फिर 20-24, 25-26 आदि में प्रत्येक युग्म एक वर्ग को दर्शाता है।

#### 2. वर्ग सीमा

प्रत्येक वर्ग की दो सीमाएं—निम्न सीमा ( $L_1$ ) तथा उच्च सीमा ( $L_2$ ) होती हैं। यदि वर्ग 20-30 है तो निम्न सीमा  $L_1 = 20$  और उच्च सीमा  $L_2 = 30$  होगी

#### 3. वर्ग अंतराल

दो वर्ग सीमाओं का अंतर ही वर्ग अंतराल है। ये उच्च और निम्न सीमाओं का अंतर है। इसे वर्ग की चौड़ाई या प्रसार का नाम भी देते हैं। वर्ग अंतराल =  $L_2 - L_1$  होता है। उदाहरण के लिए, यदि वर्ग (20-30) है तो वर्ग अंतराल =  $L_2 - L_1 = 30 - 20 = 10$  होगा।

#### 4. वर्ग आवृत्ति

यह वर्ग विशेष में आने वाली संख्याओं की गिनती है अर्थात् ये उन संख्याओं की गिनती है, जिनके मान  $L_1$  से  $L_2$  के बीच हैं। तालिका 6.4 में (40-45) वर्ग में यह 10 संख्याएं हैं। इसी प्रकार (50-55) वर्ग की आवृत्ति 4 है।

#### 5. मध्य बिंदु/मध्य मान (M.V.)

किसी वर्ग अंतराल के केंद्रीय बिंदु या औसत बिंदु को ही मध्यमान या मध्य बिंदु कहते हैं। ये उच्च और निम्न सीमा के योग को दो से विभाजित कर ज्ञात होता है। ये वर्ग के ठीक बीच में आता है।

$$M.V. = \frac{L_1 + L_2}{2}$$



**उदाहरण :** (20-30) वे वर्ग का मध्य बिंदु =  $\frac{20+30}{2} = 25$

### आवृत्ति बंटन की रचना

आवृत्ति बंटनों की रचना कई प्रकार से हो सकती है। यहां हम निम्न प्रकार के आवृत्ति बंटनों की व्यवस्था करेंगे—

- (क) अपवर्जी वर्ग
- (ख) समावेशी वर्ग
- (ग) खुली सीमा वर्ग
- (घ) असमान वर्ग
- (ङ) संचयी आवृत्ति

आवृत्ति बंटन की रचना के सोपान वहीं हैं, जो आवृत्ति सारणी में प्रयोग किए गए थे। अंतर केवल यही है कि प्रथम स्तंभ में हम संख्याओं के स्थान पर वर्ग अर्थात् (20-25), (25-30), (30-35) ... (55-60) आदि लिखते हैं; संख्याएं 20..... 25..... 56..... 58 नहीं।

### (क) अपवर्जी वर्ग श्रृंखला

इस प्रकार की श्रृंखला की रचना में प्रायः वर्गों की ऊपरी सीमाओं को उस वर्ग में नहीं, बल्कि अगले वर्ग में स्थान दिया गया है। इस प्रकार 20-25 वर्ग में वे सभी संख्याएं सम्मिलित होंगी, जिनका मान 20 या 20 से अधिक, किंतु 25 से कम रहता है। 25 की संख्या अगले वर्ग (25-30) में चली जाएगी। यदि आवृत्ति सारणी के लिए प्रयोग किए गए आंकड़ों द्वारा हम वर्ग आकार = 5 मानकर आवृत्ति बंटन की रचना करें तो अपवर्जी विधि से बना बंटन इस प्रकार होगा—

**तालिका 6.4 : अपवर्जी आवृत्ति बंटन की रचना**

वर्ग	संकेत चिन्ह	आवृत्ति
20-25	I	1
25-30	III	3
30-35	IIII	5
35-40	IIII II	7
40-45	IIII IIII	10
45-50	IIII III	8
50-55	IIII	4
55-60	II	2
		कुल आवृत्ति = 40



टिप्पणियाँ



टिप्पणियाँ

**(ख) समावेशी वर्ग श्रृंखला**

इस विधि में प्रत्येक वर्ग की निम्न सीमा को पूर्ववर्ती वर्ग की उच्च सीमा से एक अधिक माना जाता है। उच्च और निम्न सीमाओं के समान संख्याएं उसी वर्ग में गिनी जाती हैं। इसी कारण इसे समावेशी वर्ग का नाम दिया गया है। उदाहरणतः वर्ग (20-24) में 20 और 24 दोनों ही संख्याएं (तथा इनके बीच की संख्याएं) इसी वर्ग में गिनी जाएगी। इसी प्रकार 40-44 वर्ग में 40 तथा 44 दोनों सम्मिलित होंगी। हमारे पूर्व परिचित प्राप्त अंकों के आंकड़ों के आधार पर समावेशी वर्ग श्रृंखला तालिका 6.5 में बनाई गई है-

**तालिका 6.5 : समावेशी आवृत्ति बंटन की रचना**

वर्ग	संकेत चिन्ह	आवृत्ति
20-24	I	1
25-29	III	3
30-34	IIII	5
35-39	IIII II	7
40-44	IIII IIII	10
45-49	IIII III	8
50-54	IIII	4
55-59	II	2
		कुल आवृत्ति = 40

**(ग) खुली-सीमा वर्ग**

खुली सीमा के वर्ग बंटनों में कम-से-कम एक वर्ग की एक सीमा खुली रहती है। ऐसी श्रृंखलाओं में प्रायः न्यूनतम वर्ग की निम्न तथा उच्चतम वर्ग की उच्च सीमा नहीं होती। तालिका 6.6 एक ऐसे ही बंटन को दिखा रही है। पहला वर्ग 25 से कम या अंतिम 55 से अधिक दिखा रहा है।

**तालिका 6.6 : खुली सीमा वर्ग बंटन**

वर्ग	संकेत चिन्ह	आवृत्ति
25 से कम	I	1
25-30	III	3
30-35	IIII	5
35-40	IIII II	7
40-45	IIII IIII	10
45-50	IIII III	8
50-55	IIII	4
55 या अधिक	II	2
		कुल आवृत्ति = 40



टिप्पणियाँ

(घ) असमान वर्ग

इस प्रकार के बंटन में सभी वर्गों के  $(L_1 - L_2)$  एक समान नहीं होते। तालिका 6.7 में एक ऐसा ही बंटन बनाया गया है। यहां तीसरा वर्ग 30-40 (वर्ग अंतराल = 10) तथा चौथा वर्ग 40-55 (वर्ग अंतराल = 15) बनाए गए हैं।

तालिका 6.7 : असमान वर्ग आवृत्ति बंटन

वर्ग	संकेत चिन्ह	आवृत्ति
20-25	I	1
25-30	III	3
30-40	IIII IIII II	12
40-45	IIII IIII IIII IIII II	22
55-60	II	2
		कुल आवृत्ति = 40

(ङ) संचयी आवृत्ति बंटन

आवृत्तियों के उत्तरोत्तर योग द्वारा हम संचयी आवृत्ति बंटन बनाते हैं। ये दो प्रकार से बनाए जा सकते हैं—

(i) ऊपर की ओर से—यथा, 1, 4 (अर्थात् 1+3), 9 (4+5), 16 (9+7) आदि। ऐसे संचयी आवृत्ति बंटन को हम 'से कम' आवृत्ति बंटन कहते हैं। ये चर के मान विशेष से कम मान वाली संरचनाओं को दिखाता है। हमारे उदाहरण में 30 से कम अंक पाने वालों की संख्या  $1+3 = 4$  है। इसी प्रकार 35 से कम अंक पाने वालों की संख्या  $4+5 = 9$  है। तालिका 6.8 में हम 'से कम' संचयी आवृत्ति बंटन बना रहे हैं।

तालिका 6.8 : 'से कम' संचयी आवृत्ति बंटन

अंक	संचयी आवृत्ति
25 से कम	1
30 से कम	4(1+3)
35 से कम	9(4+5)
40 से कम	16(9+7)
45 से कम	26(16+10)
50 से कम	34(26+8)
55 से कम	38(34+4)
60 से कम	40(38+2)

## मॉड्यूल - 3

सांख्यिकी का परिचय



टिप्पणियाँ

## आंकड़ों का संग्रह और वर्गीकरण

(ii) नीचे की ओर से—अर्थात् 6 (2+4), 14 (6+8), 24 (14+10)... आदि। ऐसे बंटन को 'से अधिक' संचयी बंटन कहते हैं। ये किसी विशेष मान से अधिक मान वाली आंकड़ों की संख्या को दर्शाता है। उदाहरणतः 50 से अधिक अंक पाने वाले छात्रों की संख्या 6 (2+4) है। इसी प्रकार 14 (2+4+8) छात्रों को 45 से अधिक अंक मिले हैं। देखें तालिका 6.9—

तालिका 6.9 : 'से अधिक' संचयी आवृत्ति बंटन

अंक	संचयी आवृत्ति
20 से अधिक	40
25 से अधिक	39(40-1)
30 से अधिक	36(39-3)
35 से अधिक	31(36-5)
40 से अधिक	24(31-7)
45 से अधिक	14(24-10)
50 से अधिक	6(14-8)
55 से अधिक	2(6-4)



### पाठगत प्रश्न 6.3

कोष्ठकों से उपयुक्त शब्द चुनकर रिक्त स्थानों को भरें—

- आवृत्ति बंटन आंकड़ों के समूहों में ..... करता है। (वगीकृत/वर्गीकृत नहीं)
- एक वर्ग की दो सीमाओं का अंतर ..... कहलाता है। (वर्ग सीमा/वर्ग अंतराल)
- अपवर्जी आवृत्ति बंटन में किसी वर्ग की उच्च सीमा के समान मान वाली संख्या को ..... वर्ग में रखा जाता है। (उसी/अगले)
- समावेशी आवृत्ति बंटन में किसी वर्ग की उच्च सीमा के समान मान वाली संख्या को ..... वर्ग में रखा जाता है। (उसी/अगले)
- आवृत्तियों की उत्तरोत्तर योग द्वारा निर्मित आवृत्ति बंटन को ..... आवृत्ति बंटन कहते हैं। (खुली सीमा/संचयी)

### क्रियात्मक गतिविधियाँ

- अपने पास-पड़ोस में कम-से-कम तीस बच्चों की आयु पूछकर उनकी आयु के अपवर्जी और समावेशी आवृत्ति बंटन बनाइए।
- दैनिक समाचार पत्रों से जानकारी एकत्र कर अपने नगर के अधिकतम तापमान का तीस दिन का लेखा बनाए। उस जानकारी का प्रयोग कर 1.5 अंश के वर्ग अंतराल और कम-से-कम पांच वर्ग वाले अपवर्जी तथा समावेशी आवृत्ति बंटन बनाएं।



### आपने क्या सीखा

- किसी भी सांख्यिकीय अध्ययन के लिए आंकड़े दो प्रकार से एकत्र किए जा सकते हैं—
  - (क) अन्वेषक द्वारा स्वयं : ये प्राथमिक आंकड़े हैं।
  - (ख) किन्हीं अन्य व्यक्तियों/संस्थाओं द्वारा किसी संदर्भ में एकत्र आंकड़ों में से अपने काम की जानकारी निकालकर : ये द्वितीयक आंकड़े होंगे।
- भारत में द्वितीयक आंकड़ों के कई स्रोत हैं—जैसे कि केंद्रीय सांख्यिकी संगठन, राष्ट्रीय निदर्श सर्वेक्षण संगठन, भारतीय रिजर्व बैंक आदि।
- एकत्र की गई जानकारी प्रायः अव्यवस्थित होती है। उसे एक उपयुक्त श्रृंखला के रूप में व्यवस्थित किया जाता है। इसे ही व्यवस्थीकरण कहते हैं।
- आंकड़ों के व्यवस्थीकरण के कई स्वरूप होते हैं—सामान्य सारणी, आवृत्ति सारणी। आवृत्ति बंटन/सारणी के दो प्रकार हो सकते हैं—
  - (क) सामान्य सारणी                      (ख) आवृत्ति सारणी।
- साधारण आवृत्तियों के उत्तरोत्तर योग से हमें संचयी आवृत्ति बंटन प्राप्त होता है।
- आवृत्ति बंटन पाने के लिए हमें संकेत सारणी बनानी पड़ती है।
- आवृत्ति बंटन के निर्माण में वर्ग संख्या, वर्ग सीमा और वर्ग अंतराल आदि के विषय में महत्त्वपूर्ण फैसले करने पड़ते हैं।
- वर्ग संख्याओं का एक समूह होता है, जिसकी दो सीमाएं हैं ( $L_1$  और  $L_2$ ) न्यूनतम घटक का मान  $L_1$  तथा अधिकतम का मान  $L_2$  होता है। ये  $L_1$  और  $L_2$  न्यूनतम और अधिकतम वर्ग सीमाएं कहलाती हैं।
- किसी वर्ग में सम्मिलित घटकों की संख्या ही उसकी आवृत्ति होती है।
- हम निम्न प्रकार के आवृत्ति बंटन बना सकते हैं—
  - (क) अपवर्जी : वर्ग की उच्च सीमा को अगले वर्ग में स्थान दिया जाता है।
  - (ख) समावेशी : वर्ग की उच्च सीमा भी उसी वर्ग में सम्मिलित होती है।
  - (ग) खुली सीमा बंटन : इसमें आवृत्तित वर्ग होते हैं—25 या उससे कम, 55 या उससे ज्यादा आदि।
  - (घ) असमान वर्ग : सभी वर्गों का आकार एक-सा नहीं होता—(20-25), (25-30), (30-40) आदि।
  - (ङ) संचयी : 'से कम' या 'से अधिक' विधि, जो सामान्य आवृत्तियों के 'ऊपर की ओर' अथवा 'नीचे' के उत्तरोत्तर योग द्वारा बनाए गए बंटन हैं।



टिप्पणियाँ

## मॉड्यूल - 3

सांख्यिकी का परिचय



टिप्पणियाँ

### आंकड़ों का संग्रह और वर्गीकरण

- संचयी** : उत्तरोत्तर योग। परिमाण एक के बाद अगले का जोड़।
- संघनन ( संक्षेपण )** : आंकड़ों की विशाल संख्या की उपयोगिता कम किए बिना उनको संक्षिप्त स्वरूप में प्रस्तुत करना (प्रायः इस संक्षेपण से उपयोगिता में वृद्धि ही होती है)
- संबद्ध व्यक्ति/संचना** : जो व्यक्ति अन्वेषक के प्रश्नों का उत्तर दें। अन्वेषक अपनी प्रश्न सूची के उत्तर जिस व्यक्ति से पाता है, वही संसूचक होता है।
- श्रृंखला** : सामान्य भाषा में ये घटना या विचार क्रम होता है। सांख्यिकी में किसी सिद्धांत या निगम के अनुसार आंकड़ों की व्यवस्था को श्रृंखला कहा जाता है। उदाहरण 2 से प्रारंभ कर 5-5 के अंतरों वाली संख्या-2, 7, 12, 17... एक बढ़ते क्रम की श्रृंखला है। हम विपरीत/श्रृंखला भी बना सकते हैं-22, 17, 12, 7, 2... एक घटते क्रम की श्रृंखला है।
- संकेत तालिका** : एक पत्रक जहां श्रृंखला में सम्मिलित प्रत्येक संख्या को एक (1) चिन्ह द्वारा दिखाया जाता है।
- आंकड़े** : जनसंख्या, रोजगार, कीमतों, निर्यात, आयात आदि के विषय में सांख्यिकीय जानकारी। इन्हें प्रायः सरकारी विभाग और व्यावसायिक/औद्योगिक संगठन शोध संस्थान आदि एकत्र और विश्लेषित कर प्रकाशित करते हैं।



### पाठांत प्रश्न

1. प्राथमिक एवं द्वितीयक आंकड़ों में भेद करें। प्राथमिक आंकड़े एकत्र करने की विधियों का वर्णन करें?
2. द्वितीयक आंकड़े क्या होते हैं? भारत में इनके कुछ प्रमुख स्रोतों के नाम बताइए?
3. उदाहरणों का प्रयोग कर सामान्य सारणी और आवृत्ति सारणी में भेद करें।
4. किसी फैक्टरी के 20 मजदूरों के वेतन की निम्न जानकारी का प्रयोग कर एक आवृत्ति सारणी बनाएं—  
450, 580, 600, 480, 540, 620, 400, 475, 500, 480, 620, 480, 570, 600, 650, 410, 550, 600, 650, 450।
5. आवृत्ति बंटन की अवधारणा समझाइए। ये आवृत्ति सारणी से किस प्रकार भिन्न होता है?
6. प्रश्न 4 की जानकारी के आधार पर अपवर्जी आवृत्ति बंटन बनाइए।
7. उदाहरण देकर आवृत्ति बंटन निर्माण की अपवर्जी और समावेशी विधियों में अंतर स्पष्ट करें।



टिप्पणियाँ

8. इन पर संक्षिप्त टिप्पणियाँ लिखें—
- (क) खुली सीमा वाले आवृत्ति बंटन
  - (ख) असमान वर्ग आवृत्ति बंटन
  - (ग) संचयी आवृत्ति बंटन



पाठगत प्रश्नों के उत्तर

6.1

1. (क) प्राथमिक (ख) अन्वेषक (ग) राष्ट्रीय आय
2. (क) असत्य (ख) असत्य (ग) सत्य

6.2

- (क) बढ़ता या घटता (ख) छोटी (ग) आवृत्ति (घ) पता नहीं

6.3

- (क) वर्गीकृत (ख) वर्ग अंतराल (ग) अगले (घ) उसी (ङ) संचयी

पाठांत प्रश्न

1. पढ़ें भाग 6.1 (क) और (ख)
  2. पढ़ें भाग 6.1 (क) और (ग)
  3. पढ़ें भाग 6.2 (क)
- (i) आंकड़ों का बढ़ता क्रम

400	480	550	600
410	480	570	620
450	480	580	620
450	500	600	650
475	540	600	650

## मॉड्यूल - 3

सांख्यिकी का परिचय

आंकड़ों का संग्रह और वर्गीकरण



टिप्पणियाँ

(ii) संकेत सारणी

आय (रु.)	संकेत चिन्ह	आवृत्ति (f)
400	I	1
410	I	1
450	II	2
475	I	1
480	III	3
500	I	1
540	I	1
550	I	1
570	I	1
580	I	1
600	III	3
620	II	2
650	II	2
		कुल आवृत्ति = 20

5. भाग 6.2 तथा 6.3 पढ़ें

6. पहले दो सोपान प्रश्न 4 में ही समझाए जा चुके हैं। तीसरा सोपान निम्न हैं—

आर्य वर्ग (रुपये)	आवृत्ति (f)
400-450	2
450-500	6
500-550	2
550-600	3
600-650	5
650-700	2
कुल आवृत्ति = 20	

7. भाग 6.3 (क) तथा (ख)

8. (क) पढ़ें भाग 6.3 (ग)

(ख) पढ़ें भाग 6.3 (घ)

(ग) पढ़ें भाग 6.3 (च)