318hi07

7

आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण

पिछले पाठ में आपने आंकड़ों को व्यवस्थित करने और उन्हें सारणी तथा आवृत्ति बंटनों के रूप में संघनित करने की जानकारी पाई थी। ये आंकड़ों के विश्लेषण की दिशा में पहला कदम है। इस दिशा में अगला कदम महत्वपूर्ण सांख्यिकीय तथ्यों की तुलना और उनको दर्शाने के लिए आंकड़ों का प्रस्तुतीकरण है। हम आंकड़ों को तालिकाओं, रेखाचित्रों और लेखाचित्रों की सहायता से बहुत सटीक रूप में व्यवस्थित और प्रस्तुत कर सकते हैं। सांख्यिकी में कई प्रकार के रेखाचित्र आदि प्रयोग किए जाते हैं। इस पाठ में आप तालिका, दंडचित्र, वृत्त आरेख और काल सारिणी आरेखों के विषय में पढ़ेंगे।

उद्देश्य

इस पाठ का अध्ययन करने के बाद आप:

- तालिका का अर्थ और उद्देश्य की व्याख्या कर पाएंगे;
- संदर्भ तालिका और विशेष उपयोग तालिका में भेद कर सकेंगे;
- तालिका की रूप-रेखा बना पाएंगे;
- साधारण और बहु-दंड चित्र का अर्थ और रचना की व्याख्या कर पाएंगे;
- अवयवी दंड चित्र की आवश्यकता और रचना की व्याख्या कर पाएंगे;
- वृत्त आरेख का अर्थ और इसकी रचना पद्धति की व्याख्या कर पाएंगे;
- काल सारिणी आरेख का अर्थ एवं रचना विधि की व्याख्या कर पाएंगे; तथा
- आयत चित्र, आवृत्ति बहुभुज और संचयी आवृत्ति वक्र (ओजाइव) बना पाएंगे।

7.1 तालिका

(क) अर्थ

किसी पूर्व निर्धारित ध्येय से सांख्यिकीय आंकड़ों को स्तंभों और पंक्तियों में व्यवस्थित रूप से प्रस्तुति को तालिका कहते हैं। क्या आप निम्न जानकारी को एक तालिका का रूप दे सकते हैं–

टिप्पणियाँ

"एक महाविद्यालय में 50 विज्ञान, 50 वाणिज्य तथा 50 कला के छात्र हैं। प्रत्येक पाठ्यक्रमों में गरीब परिवारों के छात्र समान संख्या में हैं और उनकी कुल संख्या 30 है। विज्ञान और वाणिज्य के पाठ्यक्रम तो अमीर परिवारों में एक समान लोकप्रिय हैं, परंतु कला के अमीर छात्रों की संख्या उनसे दुगनी हैं। महाविद्यालय में कुल मिलाकर 40 अमीर छात्र हैं। अधिकांश छात्र मध्यम वर्गीय परिवारों से हैं और उनकी संख्या 80 हैं।"

आइए, इस जानकारी की तालिका बनाएं। छात्रों की कुल संख्या 150 है। एक ही बात को कहने के लिए जैसे वे कहते हैं कि इस तस्वीर का मूल्य 1000 शब्द है। वक्तव्य की अपेक्षा तालिका मानव मस्तिष्क पर अधिक गहरा प्रभाव छोड़ती है।

तालिका 7.1 : छात्रों का पाठ्यक्रम और आर्थिक स्थिति के अनुसार वितरण

परिवार	विज्ञान	कला	वाणिज्य	योग
अमीर	10	20	10	40
मध्यम वर्ग	30	20	30	80
गरीब	10	10	10	30
कुल	50	50	50	150

(ख) उद्देश्य

तालिका बनाने का उद्देश्य परस्पर संबंधित आंकड़ों का सरल प्रस्तुतीकरण और तुलना को आसान बनाना है। पाठक वांछित जानकारी को आसानी से देख सकता है। उदाहरणत: तालिका 7.2 का उद्देश्य देश 'A' के अन्य देशों से आयात और निर्यात स्पष्ट करता है। ये अन्य देश B, C, D और E हैं।

तालिका 7.2 : 2002-05 की अवधि में देश '।' के आयात-निर्यात

(करोड़ रुपये)

क्रम संख्या	देश (1)	आयात (2)	निर्यात (3)
1	B	70	73
2	C	72	80
3	D	74	85
4	E	85	80

तालिका 7.2 से हम सहज ही जान सकते हैं कि कौन-सा देश सबसे अधिक निर्यात करता है। पंक्तियों के आंकड़े बायें से दाहिनी ओर पढ़े जाते हैं। उदाहरणत: पहली पंक्ति देश 'A'

देश 'B' से 70 करोड़ रुपये का आयात करता है और उसे 73 करोड़ रुपये का निर्यात करता है। स्तंभ की जानकारी ऊपर से नीचे की ओर पढ़ी जाती है। उदाहरण के लिए, तालिका 7.2 देश A द्वारा B, C, D और E से 70, 72, 74 और 85 करोड़ रुपये का आयात दर्शा रहा है।

(ग) तालिकाओं के प्रकार

मूलतः दो प्रकार की तालिकाएं होती हैं–(1) संदर्भ तालिकाएं और (2) विशेष उद्देश्यीय तालिकाएं या पाठ्य तालिकाएं। आइए, इनके बारे में एक-एक करके व्याख्या करें–

(i) संदर्भ या सामान्य उद्देश्य तालिकाएं : ये तालिकाएं एक प्रकार से जानकारी का भंडार होती है। इनमें विस्तृत सांख्यिकीय सामग्री भरी रहती है। हम इनसे छोटी-छोटी अनेक तालिकाओं की व्युत्पत्ति कर सकते हैं। भारत सरकार और इसके सांख्यिकीय संस्थानों द्वारा प्रस्तुत तालिकाएं मूलतः इसी वर्ग में आती हैं।

(ii) विशेष उद्देश्यीय व पाठ्य/परीक्षण तालिकाएं : ये संदर्भ तालिकाओं से जानकारी लेकर बनाई गई छोटी तालिकाएं होती हैं। इनका उद्देश्य किसी विशेष आयाम या विषय से संबंधित प्रश्नों का सटीक उत्तर देना होता है।

(घ) तालिका के भाग या घटक

आंकड़ों की प्रकृति और उद्देश्य के अनुसार, तालिकाओं के घटकों में अंतर आ सकते हैं, फिर भी सभी तालिकाओं में कुछ बातें समान पाई जाती हैं (तालिका 7.3 की रूपरेखा पर विचार करें) ये समान घटक इस प्रकार हैं–

तालिका 7.3 : (......... शीर्षक ....)

(करोड़ रुपये में)

पंक्ति शीर्षक	स्तंभ शीर्षक-1		स्तंभ शीर्षक-2	
	उपस्तंभ शीर्षक	उपस्तंभ शीर्षक	उपस्तंभ शीर्षक	उपस्तंभ शीर्षक
पंक्ति प्रविष्टियां	तालिका के मुख्य भाग (क्षेत्र)			

पाद टिप्पणियां (..........)

आंकड़ों का स्रोत (..........)

1. तालिका का क्रमांक

यदि एक से अधिक तालिकाओं का प्रयोग हो रहा हो तो उनके क्रमांक निश्चित करदेने से संदर्भ में आसानी से हो जाती है। ये क्रमांक तालिका में सबसे पहले दर्शाया जाता है, जैसे–तालिका 7.1, तालिका 7.2 आदि।

2. शीर्षक

तालिका का नाम या शीर्षक किसी निबंध के शीर्षक की भांति विषयवस्तु का अभिज्ञान कराता है। तालिका के सबसे ऊपर यही लिखा जाता है। ये मुख्य भाग की सामग्री के विषय में सटीक एवं संक्षिप्त जानकारी देता है। इसे मोटे या बड़े अक्षरों में लिखना अच्छा रहता है। तालिका 7.2 का शीर्षक क्या है?

3. शीर्ष टिप्पणी

इसे शीर्षक के एकदम नीचे लिखते हैं। ये तालिका की सामग्री और मापन की इकाइयों को स्पष्ट करती हैं, जैसे–''करोड़ रुपयों में'' अथवा ''लाख टनों में'' या ''कपास की हजार गांठों में'' आदि। इसे ऊपर दाहिनी ओर कोष्ठक में लिखा जाता है। उदाहरण के लिए तालिका 7. 2 में मापन की इकाइयां करोड़ रुपये हैं।

4. पंक्ति और पंक्ति शीर्षक

यहां विभिन्न पंक्तियों का शीर्षक और उनकी प्रविष्टियों को दिखाया जाता है। प्रत्येक पंक्ति शीर्षक उस पंक्ति के आंकड़ों के विषय में जानकारी देता है। ये पंक्ति शीर्षक एवं पंक्ति प्रविष्टियां तालिका के बायें स्तंभ में होते हैं। ये पंक्ति की प्रविष्टियां स्तंभ शीर्षकों की व्याख्या करती हैं।

5. मुख्य भाग/प्रसार/वितान

तालिका का ये सबसे महत्त्वपूर्ण घटक है। इसमें शीर्षक में इंगित विषय से संबंधित संख्यात्मक जानकारी होती है। उदाहरणत: यदि तालिका का शीर्षक वर्ष 1995-96 में देश A के आयात-निर्यात है तो मुख्य भाग में इस देश के अन्य देशों से आयात और उनको निर्यात के मूल्यों के सांख्यिकीय/संख्यात्मक आंकड़े ही होंगे।

6. पाद टिप्पणी

यह तालिका के नीचे, बायीं ओर लिखी गई टिप्पणियां प्राय: आंकड़ों पर किसी-न-किसी सीमा आदि की सूचक होती हैं। कहीं इनमें आंकड़ों में निहित त्रुटियों/भूल-चूक आदि की जानकारी भी हो सकती है। उदाहरण के लिए, यदि किसी वर्ष की जानकारी नहीं है तो ये बात टिप्पणी में आ सकती है।

7. आंकड़ों के स्रोत

अंत में, आंकड़ों के स्रोत बताना भी बहुत महत्त्वपूर्ण होता है। इससे पाठक को स्वयं आंकड़ों की छानबीन करने तथा अधिक जानकारी पाने का अवसर मिलता है। यह तालिका में प्रस्तुत किए गए आंकड़ों को अधिक विश्वसनीय बनाता है। इसमें स्रोत का शीर्षक, पृष्ठ संख्या, प्रकाशन कर्ता और प्रकाशन वर्ष आदि की जानकारी होनी चाहिए।

पाठगत प्रश्न 7.1

1. ये कथन सत्य है या असत्य–

   (क) आंकड़ों की संतोषजनक संग्रह की परिणति उनकी अच्छी प्रस्तुति में होनी चाहिए।

   (ख) तालिकाएं सांख्यिकीय आंकड़ों की प्रस्तुति का एकमात्र माध्यम है।

   (ग) तालिकाओं से आंकड़ों के सूझ-बूझ पूर्ण प्रयोग में सहायता मिलती है।

   (घ) तालिका का शीर्षक सटीक एवं संक्षिप्त होना चाहिए।

2. कोष्ठकों से उचित शब्द चुनकर रिक्त स्थान भरें–

   (क) एक .... आंकड़ों की स्तंभों और पंक्तियों में व्यवस्थित प्रस्तुति है। (तालिका/लेखाचित्र)

   (ख) शीर्षक टिप्पणी को तालिका के .... के नीचे लिखा जाता है। (शीर्षक/पाद टिप्पणी)

   (ग) .... में पंक्ति शीर्षक और पंक्ति प्रविष्टियां होती हैं। (पंक्ति/टिप्पणी)

   (घ) पाद टिप्पणी तालिका के .... रखी जाती है। (शीर्ष पर/मध्य भाग में/नीचे)

7.2 दंड चित्र या रेखाचित्र

अर्थ

एक दंड चित्र पाठक का ध्यान आकर्षित करने के लिए विशेष रूप से मोटी खींची गई रेखाओं द्वारा बनाया गया रेखाचित्र होता है। इस दंड की ऊंचाई ही संबद्ध चर की मात्रा या आवृत्ति को दिखाती है। इसे एक आयामी रेखाचित्र भी कहते हैं। दंड के आधार या मोटाई का महत्त्व नहीं होता। केवल ऊंचाई का ही महत्त्व है। इन्हें और सुंदर बनाने के लिए रंगीन या छायाओं से भर दिया जाता है।

दंड चित्रों के प्रकार

दंड चित्रों के दो ही प्रकार होते हैं–(क) साधारण और (ख) बहु-अवयवी।

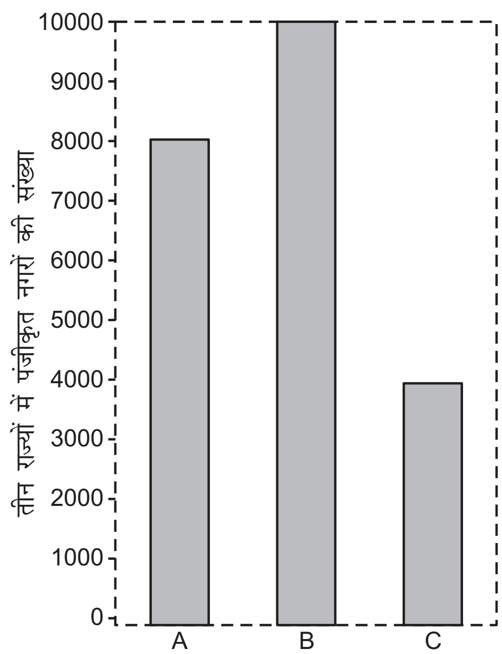
(क) साधारण दंड चित्र

साधारण दंड चित्रों के दो भेद हो सकते हैं–

(i) एक दंड चित्र तथा बहुदंड चित्र : एक दंड चित्र में हम उर्ध्व (चित्र 7.1) या क्षैतिज (चित्र 7.2) दंडों की रचना करते हैं। सामान्यतः उर्ध्व दंड अधिक प्रयोग होते हैं। आइए, इन चित्रों की रचना विधि सीखें।

तालिका 7.4 : तीन राज्यों में पंजीकृत कारों की संख्या

राज्य	कारों की संख्या
अ	8000
ब	10000
स	4000

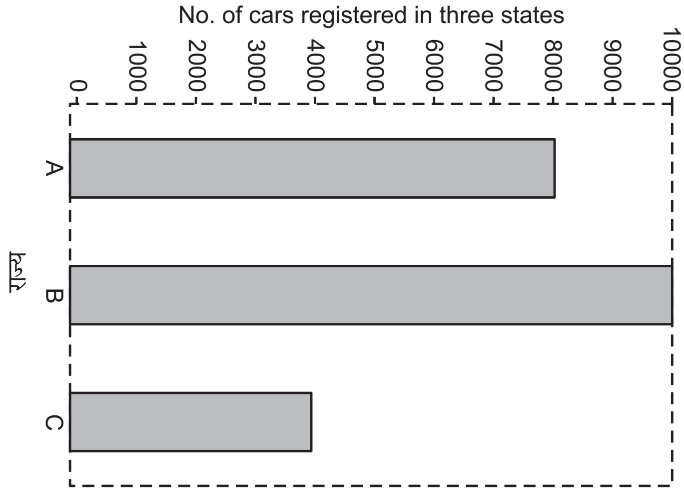


चित्र 7.1 : राज्यों में पंजीकृत कारों की संख्या

उर्ध्व दंड चित्र में राज्यों को क्षैतिज अक्ष X पर दिखाया गया है। कारों की संख्या को ही उर्ध्व अक्ष Y पर दर्शाया गया है। तालिका 7.4 के आंकड़ों के अनुसार, समान आधार वाले आयतों का प्रयोग कर प्रत्येक राज्य के लिए एक अलग दंड बनाया गया है। उदाहरण के लिए, राज्य

'अ' का दंड 8000 तक, 'ब' का 10000 तथा 'स' का 4000 तक ही ऊपर उठाया गया है (चित्र 7.1)।

यदि हमें क्षैतिज दंड अधिक पसंद हों तो हम इसी चित्र के अक्षों को बदल सकते हैं, फिर राज्य उर्ध्व तथा कारों की संख्या क्षैतिज अक्ष पर 8,000, 10,000 तथा 4,000 दिखाई जाएगी। सभी दंड लेटे हुए दिखाई देंगे (चित्र 7.2)।



चित्र 7.2 : राज्यों में पंजीकृत कारों की संख्या

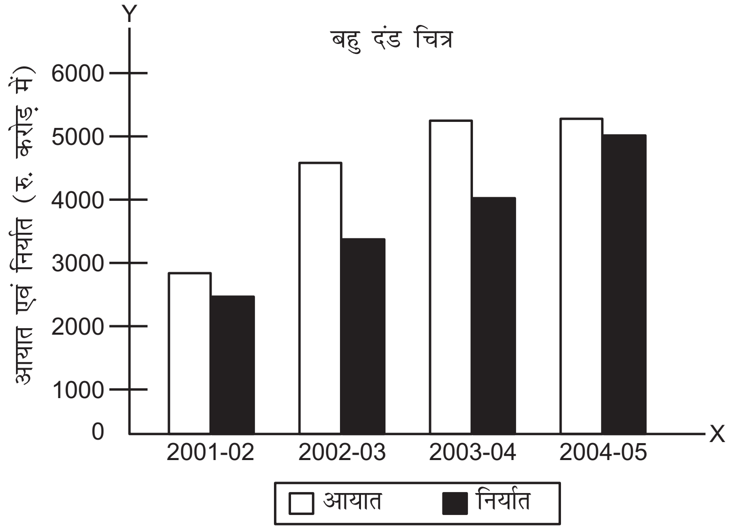
(ii) बहु दंडीय चित्र

कई बार एक ही दंड चित्र में अनेक संबंधित आंकड़ों की सारणियां अंकित करना उपयुक्त माना जाता है। यहां एक दंड चित्र बनाना पर्याप्त नहीं होगा। हम ऐसी दशा में बहु दंडीय चित्र की रचना करते हैं। प्रत्येक वर्ष/क्षेत्र आदि के लिए अलग-अलग चरों (आंकड़ों) के लिए अलग-अलग दंड बनाए जाते हैं। उदाहरणत: आयात और निर्यात दो दंडों एवं लागत, विक्रय मूल्य और लाभ तीन दंडों द्वारा दिखाते हैं। सामान्यत: तीन से अधिक दंडों को एक साथ दिखाने पर चित्र अटपटा-सा लगने लगता है। इसी प्रकार प्राय: तीन दंड दिखाकर ही रुक जाते हैं। दंड अंकित करने की विधि साधारण दंड वाली ही है। हम बहु-दंड चित्रों के दो उदाहरण दे रहे हैं। चित्र 7.3 तालिका 7.5 पर तथा चित्र 7.4 तालिका 7.6 पर आधारित है।

तालिका 7.5 : वर्ष 2009-2013 की अवधि में देश 'X' के आयात-निर्यात

(करोड़ रुपये में)

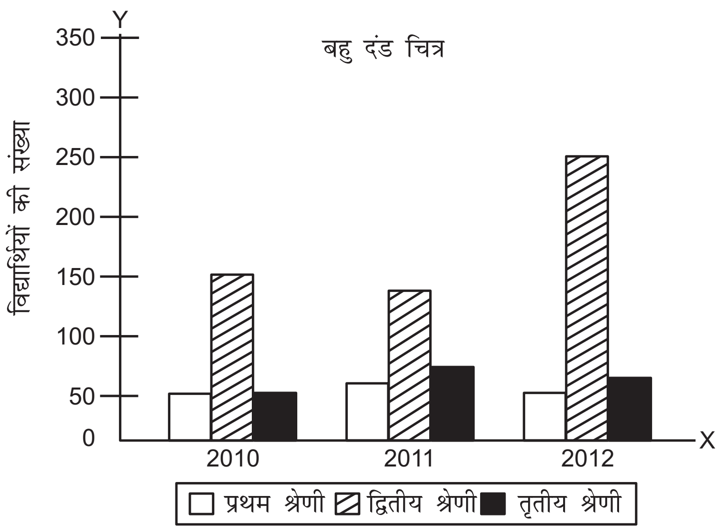
वर्ष	आयात	निर्यात
2009-10	2955	2523
2010-11	4519	3329
2011-12	5265	4049
2012-13	5265	5143



चित्र 7.3 : 2009-13 में देश 'अ' के आयात और निर्यात (करोड़ रुपये में)

तालिका 7.6 : 2010-12 में 12वीं कक्षा के परिणाम

वर्ष	प्रथम श्रेणी	द्वितीय श्रेणी	तृतीय श्रेणी
2010	50	150	50
2011	60	140	70
2012	50	250	60



चित्र 7.4 : 2010-2012 की अवधि में 12वीं कक्षा के परिणाम

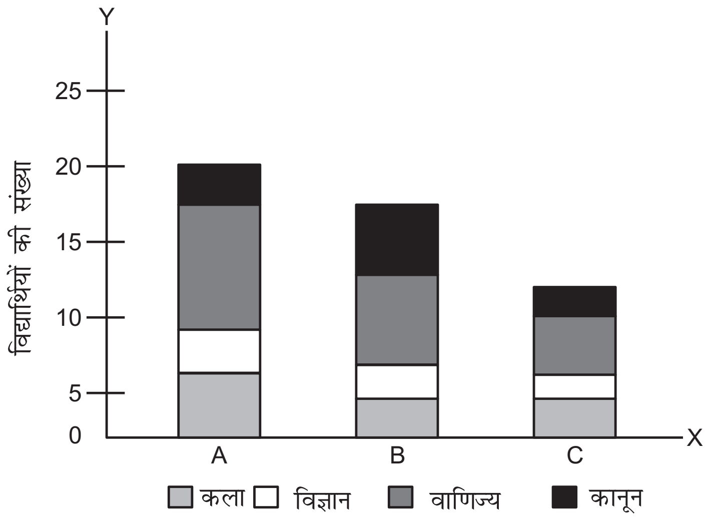
(ख) अवयवीय या खंड दंड चित्र

एक साधारण दंड केवल एक चर को दिखाता है, किंतु यदि एक ही चर के विभिन्न अंशों का विवरण दिखाना हो तो हम विभाजित/खंड या अवयवीय दंड चित्रों का प्रयोग करते हैं। तालिका 7.7 के कल्पित आंकड़ों का प्रयोग कर एक ऐसा चित्र हमने 7.5 में बनाया है।

तालिका 7.7 : परीक्षाओं में बैठ रहे छात्रों की संख्या

संकाय	विश्वविद्यालय 'अ'	विश्वविद्यालय 'ब'	विश्वविद्यालय 'स'
कला	8000	6000	3000
विज्ञान	4000	2000	1000
वाणिज्य	7000	5000	4000
विधि	1000	2000	2000
कुल	20000	15000	10000

चित्र 7.5 विभिन्न विश्वविद्यालयों में परीक्षाएं दे रहे छात्रों की संख्या



चित्र 7.5 : अवयवीय दंड चित्र

अवयवीय दंड चित्र की रचना के सोपान

प्रथम सोपान 1: सभी दंडों के विभिन्न अवयव एक ही क्रम में बनाइए। इससे तुलना में सुविधा होगी।

द्वितीय सोपान 2: किसी भी दंड में 10 से अधिक भाग नहीं होने चाहिए।

तृतीय सोपान 3: विभिन्न भागों को दर्शाने वाले संकेत अलग-अलग रंगों या छायाओं द्वारा बनाए जाने चाहिए।

7.3 वृत्त आरेख

अर्थ

इसे कोणीय आरेख भी कहते हैं। इनका आंकड़ों का प्रतिशत बंटन को दर्शाने के लिए अधिक प्रयोग होता है। किसी महाविद्यालय के छात्रों को विज्ञान, कला, वाणिज्य संकायों में विभाजन कर उनके प्रतिशतों का आकलन हो सकता है या भारत के निर्यात को अमेरिका, यूरोप, मध्यपूर्व अफ्रीका को किए गए निर्यातों में वर्गीकृत किया जा सकता है। इन सभी वर्गों या विभाजनों को एक वृत्त आरेख द्वारा बहुत अच्छी तरह से दिखाया जा सकता है। ये एक वृत्त होता है, जिसके विभिन्न खंड दिखाए जा रहे आंकड़ों के अनुपात के समानुपाती होते हैं। इसी कारण इसे प्रायः प्रतिशत अंशों द्वारा व्यक्त करते हैं।

वृत्त-आरेख की रचना के सोपान

सोपान 1 : सभी वर्गों/अवयवों/समूहों के मान के योगफल से विभाजित कर प्रतिशत अनुपात ज्ञात करें।

सोपान 2 : इस सूत्र का प्रयोग कर प्रत्येक अवयव/समूह के कोण के अंश ज्ञान तें:

$$\text{समूह विशेष के अंशों का मान} = \frac{\text{समूह का मूल्य}}{\text{सभी समूह का योग}} \times 360^\circ$$

सोपान 3 : सभी समूहों का एक वृत्त बनाएं और उसका एक अर्द्धव्यास भी बना लें।

सोपान 4 : द्वितीय चरण में आकलित अंशों के कोण एक के बाद एक बनाते जाएं। आप प्रोट्रेक्टर का प्रयोग कर सकते हैं।

सोपान 5 : अलग-अलग वृत्त खंडों को पृथक्-पृथक् रंगों या छात्राओं के माध्यम से विशेष स्वरूप प्रदान करें।

सोपान 6 : चित्र 7.6 के अनुसार प्रत्येक खंड का प्रतिशत मान भी अंकित कर दें।

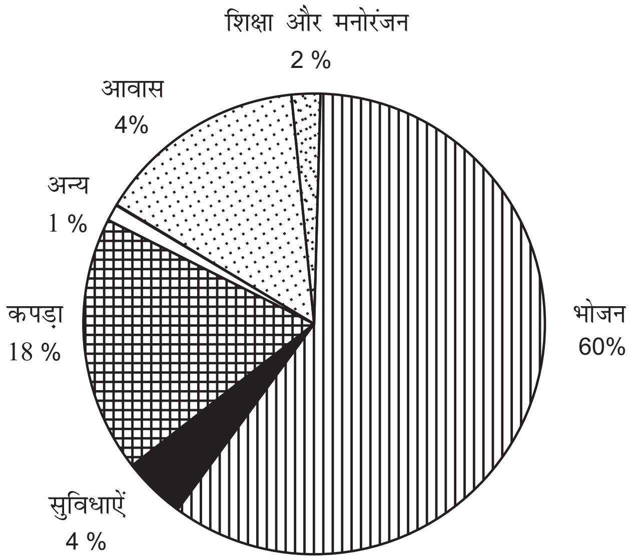
आइए, अब एक कल्पित उदाहरण को लेकर वृत्त आरेख बनाएं।

उदाहरण : मुंबई औद्योगिक क्षेत्र में काम कर रहे एक श्रमिक के मासिक बजट में व्यय का ब्यौरा इस प्रकार था–भोजन-360 रुपये, कपड़े-108, आवास-90, सुविधाएं-24, शिक्षा और मनोरंजन-12 और अन्य व्यय-6 रुपये। एक वृत्त आरेख बनाएं।

समाधान : हम उपर्युक्त सभी चरणों को ध्यान में रखते हुए एक तालिका का निर्माण इस जानकारी के आधार पर कर रहे हैं–

तालिका 7.8 : मुंबई के एक औद्योगिक श्रमिक का मासिक व्यय बजट

मद	व्यय	प्रतिशत	कोण अंश
भोजन	360	$\frac{360}{600}\times 100 = 60$	$\frac{60}{100}\times 360^\circ = 216.0^\circ$
कपड़ा	108	$\frac{108}{600}\times 100 = 18$	$\frac{108}{100}\times 360^\circ = 64.8^\circ$
आवास	90	$\frac{90}{600}\times 100 = 15$	$\frac{15}{100}\times 360^\circ = 54.0^\circ$
सुविधाए	24	$\frac{24}{600}\times 100 = 4$	$\frac{4}{100}\times 360^\circ = 14.4^\circ$
शिक्षा और मनोरंजन	12	$\frac{12}{600}\times 100 = 2$	$\frac{2}{100}\times 360^\circ = 14.4^\circ$
अन्य	6	$\frac{6}{600}\times 100 = 1$	$\frac{1}{100}\times 360^\circ = 3.6^\circ$
योग	**600**	**100**	**360°**



चित्र 7.6 : मुंबई के एक औद्योगिक श्रमिक का मासिक बजट

पाठगत प्रश्न 7.2

1. बताएं कि ये कथन सत्य हैं या असत्य–

   (क) एक कोणीय दंड आरेख की चौड़ाई महत्त्वपूर्ण होती है।

   (ख) दंड आरेख के दंड की ऊंचाई चर का मान दिखाती है।

   (ग) एक चरीय आंकड़ों को हम उर्द्धव या क्षैतिज द्वारा दिखा सकते हैं।

   (घ) यदि आंकड़ों के विभाजन दिखाने हों तो बहु-दंड आरेख बनाते हैं।

2. कोष्ठकों से सही शब्द चुनकर रिक्त स्थान भरें–

   (क) वृत्त आरेख को .... आरेख भी कहते हैं। (दंड/कोणीय/बहु-दंड)

   (ख) $\dfrac{\text{समूह का मूल्य}}{\text{समस्त समूहों का योग}} \times 360° =$ ....।

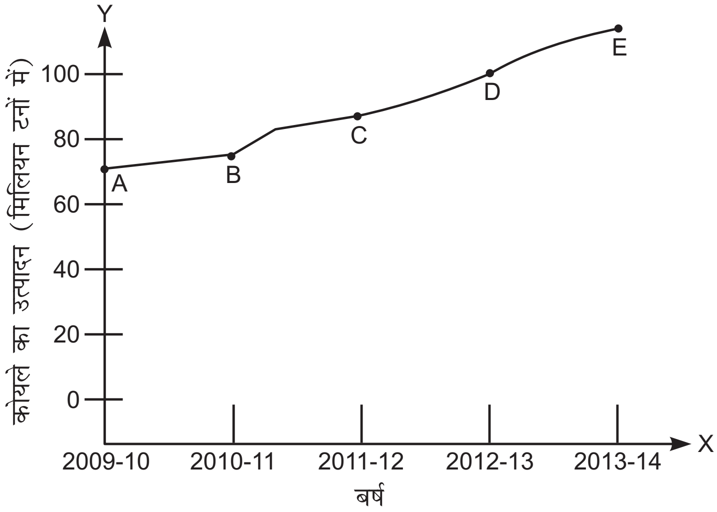
   (क्षेत्र, अर्ध-व्यास, समूह के लिए कोण)

7.6 काल सारिणी रेखाचित्र

हम आंकड़ों को रेखाचित्र द्वारा भी प्रस्तुत कर सकते हैं। रेखाचित्र दो चरों के बीच संबंधों को दर्शाते हैं। यदि एक चर समय (दिन, सप्ताह, मास या वर्ष) होता तो रेखाचित्र काल सारिणी का आरेख बन जाता है। आइए, देश X के 2009-10 से 2013-14 की अवधि के कोयले के उत्पादन के आंकड़ों का प्रयोग कर एक काल सारिणी आरेख बनाएं।

तालिका 7.9 : कोयले का उत्पादन (मिलियन टन)

वर्ष	उत्पादन
2009-10	77.22
2010-11	78.17
2011-12	88.42
2012-13	99.80
2013-14	103.50



चित्र 7.7 : देश *X* में कोयला उत्पादन 2009-14 (करोड़ टन में)

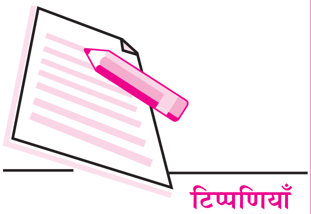
उपर्युक्त चित्र एक काल सारिणी आरेख है। समय को क्षैतिज और उत्पादन को उर्ध्व अक्ष पर दिखाया गया है। इस आरेख के दो चर समय और उत्पादन हैं। समय के साथ-साथ उत्पादन में परिवर्तन आते हैं। समय बीतने पर उत्पादन में वृद्धि, स्थिरता या कमी तीनों ही प्रवृत्तियां दिखाई पड़ सकती है। समय के अनुसार, परिवर्तन के कारण ही हम उत्पादन को समय पर निर्भर मान लेते हैं। अतः यहां उत्पादन को निर्भर तथा समय को स्वतंत्र चर माना गया है, क्योंकि समय उत्पादन से प्रभावित नहीं होता।

इस काल सारिणी आरेख को वक्र भी कहा जाता है। आरेख का बिंदु 'A' दिखा रहा है कि वर्ष 2009-10 में देश 'X' में कोयले का उत्पादन 77.22 मिलियन टन है। इस वक्र का लगातार दाहिनी ओर उठना 2009-10 से कोयले के उत्पादन में निरंतर वृद्धि का सूचक है।

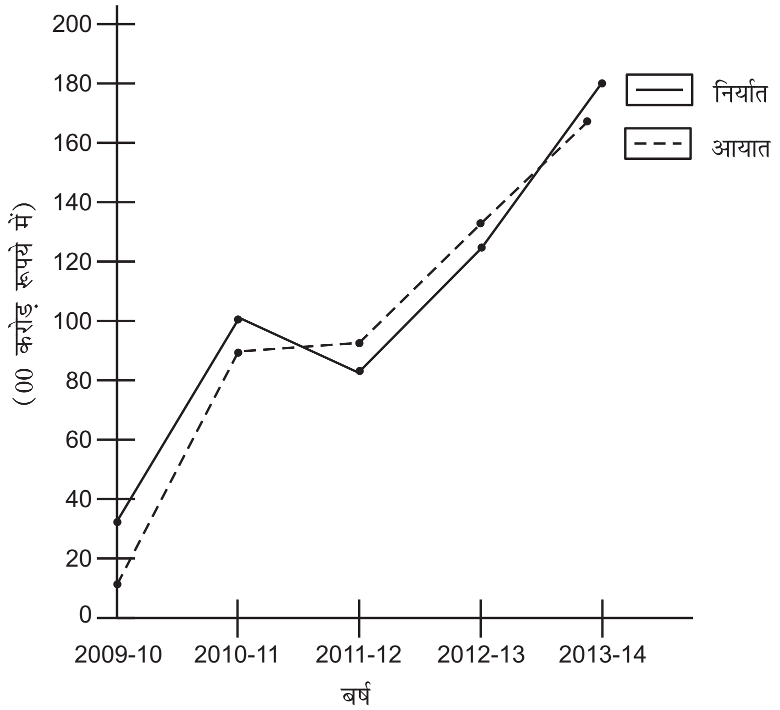
एक ही काल सारिणी आरेख चित्र में एक से अधिक चरों के आरेख बनाए जा सकते हैं, किंतु प्रत्येक चर के लिए अलग वक्र बनाना होगा। उदाहरणतः आयात और निर्यात के आंकड़ों को हम एक ही चित्र में दो वक्रों द्वारा दिखा सकते हैं।

तालिका 7.10 : देश '*X*' के आयात-निर्यात

वर्ष	आयात (100 करोड़ रुपये में)	निर्यात (100 करोड़ रुपये में)
2009-10	15	35
2010-11	85	100
2011-12	90	70
2012-13	130	120
2013-14	170	180



काल सारिणी रेखाचित्र



चित्र 7.8 : देश *X* के आयात-निर्यात 2000-05 (100 करोड़ रुपये में)

उपर्युक्त चित्र में हमने निर्यात के लिए सामान्य, किंतु आयात के लिए टूटी-फूटी रेखा का प्रयोग किया है। इससे दो निर्भर चरों की स्पष्ट प्रस्तुति और तुलना में सहायता मिलती है।

पाठगत प्रश्न 7.3

रिक्त स्थान भरें–

(क) एक .... चित्र दो चरों के बीच संबंध दिखाता है।

(ख) यदि रेखाचित्र का एक चर .... हो तो इसे काल सारिणी आरेख कहते हैं।

(ग) एक काल सारिणी रेखाचित्र में .... स्वतंत्र चर होता है।

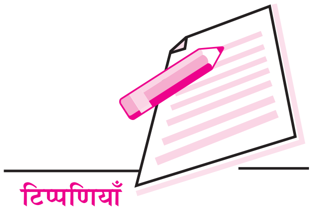
(घ) एक काल सारिणी रेखाचित्र में .... चर को y-अक्ष पर रखते हैं।

क्रियात्मक गतिविधियां

1. एक तालिका का खाका बनाइए और उसमें निम्नानुसार कक्षा 12वीं के विद्यार्थियों का बंटन दिखाइए–

   (क) विषय वर्ग : अर्थात् विज्ञान, कला और वाणिज्य

   (ख) लिंग : अर्थात् लड़के, लड़कियां



2. इस तालिका में 5 वर्षों की लागत मूल्य और विक्रय मूल्य की जानकारी दी गई है। इसे ग्राफ पेपर पर रेखाचित्र की भांति अंकित करें। ये रेखाचित्र किस प्रकार का है?

वर्ष	2001	2002	2003	2004	2005
विक्रय मूल्य 'X' (रु. में)	105	110	120	90	160
लागत मूल्य 'X' (रु. में)	100	80	120	120	140

7.7 आयत चित्र (Histogram)

आयत चित्र सतत/अखंडित श्रेणी का वह चित्र है, जिसमें वर्ग अंतराल आवृत्तियों के साथ दिया गया होता है। यह दो व्यासीय चित्र होता है इसे आवृत्ति आयत चित्र भी कहा जाता है।

(i) समान वर्ग अंतराल वाला आयत चित्र

उदाहरण : निम्न दिए गए आंकड़ों की सहायता से आयत चित्र की रचना कीजिए

अंक	आवृत्तियां
0-10	2
10-20	5
20-30	8
30-40	11
40-50	10
50-60	9
60-70	4
70-80	1

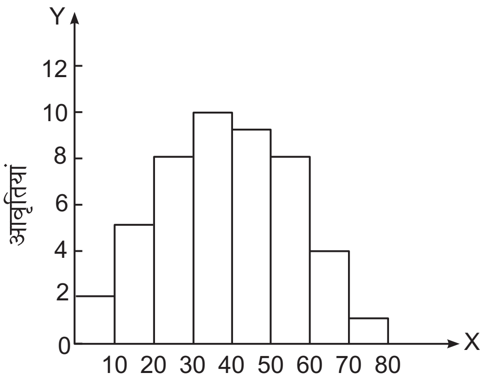
आयत चित्र की रचना करने की विधि

(i) अक्ष X पर अंक अंकित करना

(ii) अक्ष Y पर आवृत्तियां अंकित करना

(iii) एक-दूसरे को स्पर्श करते हुए, आवृत्तियों को प्रदर्शित करते हुए आयत की रचना कीजिए।

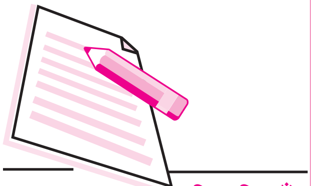
(iv) दोनों अक्षों पर समान माप से आंकड़े चिन्हित कीजिए



चित्र 7.9 : आयत चित्र समान अंतराल का

(ii) असमान वर्ग अंतराल वाला आयत चित्र

उदाहरण : निम्न आंकड़ों की सहायता से आयत चित्र बनाइए।



टिप्पणियाँ

अंक	छात्रों की संख्या (F)
10-15	6
15-20	19
20-25	28
25-30	15
30-40	12
40-60	12
60-80	8

आयत चित्र की रचना करने की विधि

(i) चूंकि अंतराल असमान आवृत्ति वाला होता है। अत: उसे समायोजित कर लीजिए।

(ii) उस वर्ग को लीजिए, जिस वर्ग का न्यूनतम वर्गांतर हो।

(iii) सबसे नीचे वाले वर्ग की आवृत्तियों को समायोजित न करें।

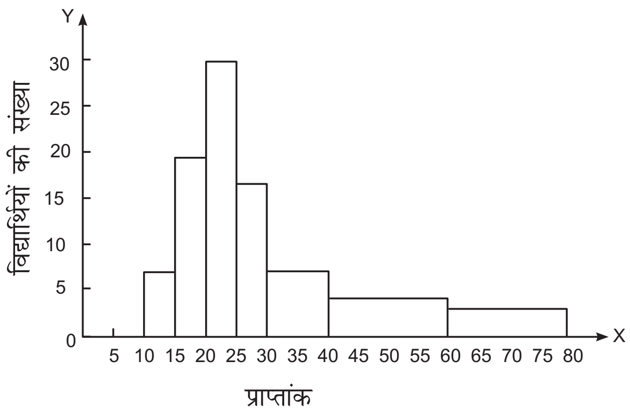
(iv) अन्य वर्गों की आवृत्तियों को निम्नतम वर्ग की आवृत्तियों के साथ समायोजन करें।

(v) समायोजित आवृत्तियां ही आयत ऊंचाई का निर्णय करती हैं, जबकि चौड़ाई वर्ग सीमा के अनुसार होती है।

(vi) न्यूनतम आवृत्ति वर्ग जिस पर अन्य आवृत्तियां समायोजित होती हैं, को बदलना नहीं चाहिए।

(vii) दोनों अक्षों को स्पष्ट रूप से बनाया जाना चाहिए।

अंक	आवृत्ति	समायोजन	समायोजित आवृत्तियां
10-15	6	–	6
15-20	19	–	19
20-25	28	–	28
25-30	15	–	15
30-40	12	$\frac{5\times12}{10}$	6
40-60	12	$\frac{5\times12}{20}$	3
60-80	8	$\frac{5\times8}{20}$	2



चित्र 7.10

7.8 आवृत्ति बहुभुज

बहुभुज आंकड़ों का रेखाचित्रीय प्रदर्शन है, जो आयतों के मध्य बिंदुओं को जोड़कर बनाया जाता है, अत: बिना आयत चित्र के भी बहुभुज की रचना की जा सकती है।

उदाहरण : दिए गए आंकड़ों से बहुभुज की रचना कीजिए–

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50	50-60	60-70
विद्यार्थी	5	10	15	20	12	8	5

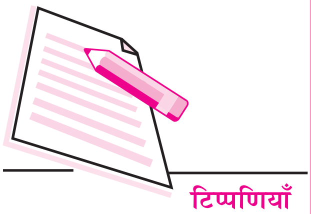
विधि

(i) आधारिक सिद्धांतों को ध्यान में रखकर उचित आयत चित्र (Histogram) की रचना करें।

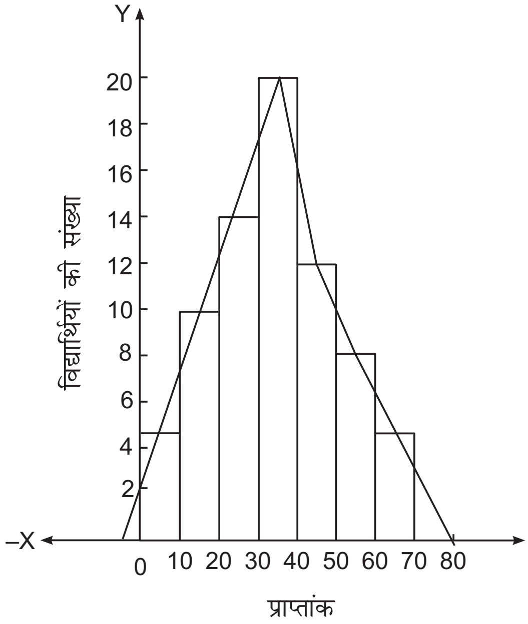
(ii) प्रत्येक आयत की ऊपरी सीमा का मध्य बिंदु लीजिए और इन्हें एक सरल रेखा द्वारा संयोजित आयत के मध्य बिंदुओं से जोड़ लीजिए।

(iii) आवृत्ति बहुभुज को आधार रेखा तक विस्तार दिया जा सकता है।

(iv) दोनों अक्षों को स्वच्छतापूर्वक स्पष्ट बनाया जाना चाहिए।



टिप्पणियाँ



चित्र 7.11

7.9 संचयी आवृत्ति वक्र (ओजाइव/तोरण)

संचयी आवृत्ति वक्र या ओजाइव वक्र की रचना संचयी आवृत्तियों को ग्राफ-पेपर पर अंकित करके खींची जाती है–

ओजाइव/तोरण को दो प्रकार से बनाया जाता है–

(क) 'से कम' तरीका

(ख) 'से अधिक' तरीका

उदाहरण : निम्न आंकड़ों को 'से अधिक' और 'से कम' तोरण चित्र द्वारा प्रदर्शित कीजिए–

अंक	0-5	5-10	10-15	15-20	20-25	25-30	30-35	35-40
छात्र संख्या	4	6	10	10	25	22	18	5

विधि

(i) दी गई संचयी आवृत्तियों को 'से अधिक' अथवा 'से कम' तरीके से लगाइए।

(ii) अंकों (चरों) को अक्ष X पर अंकित कीजिए।

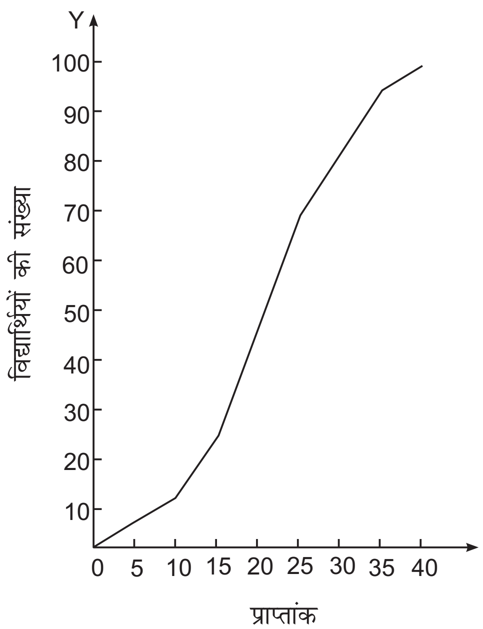
(iii) संचयी आवृत्तियों को अक्ष Y पर अंकित कीजिए।

(iv) विविध बिंदु लेकर एक तोरण की रचना कीजिए।

(v) दोनों अक्ष स्वच्छ व स्पष्ट होनी चाहिए।

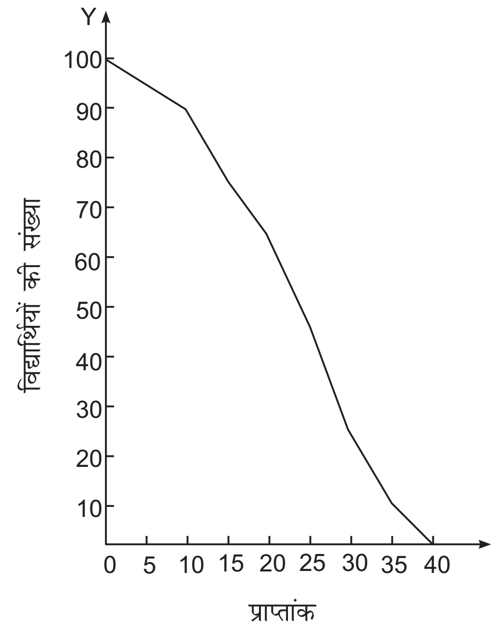
संचयी आवृत्ति - वितरण

अंक	संचयी आवृत्ति	अंक	संचयी आवृत्ति
5 से कम	4	0 से अधिक	100
10 से कम	4 + 6 = 10	5 से अधिक	100 – 4 = 96
15 से कम	10 + 10 = 20	10 से अधिक	96 – 6 = 90
20 से कम	20 + 10 = 30	15 से अधिक	90 – 10 = 80
25 से कम	30 + 25 = 55	20 से अधिक	80 – 10 = 70
30 से कम	55 + 22 = 77	25 से अधिक	70 – 25 = 45
35 से कम	77 + 18 = 95	30 से अधिक	45 – 22 = 23
40 से कम	95 + 5 = 100	35 से अधिक	23 – 18 = 5
		40 से अधिक	5 – 5 = 0



चित्र 7.12 'से कम' तोरण (ओजाइव)

टिप्पणियाँ



चित्र 7.13 'से अधिक' का तोरण (ओजाइव)

आपने क्या सीखा

- आंकड़ों के संग्रह के बाद उन्हें किसी विशेष रूप में व्यवस्थित कर पेश किया जाता है।
- एक अच्छी प्रस्तुति आंकड़ों की मुख्य विशेषताओं को आवश्यक तुलना हेतु स्पष्ट कर देती है।
- आंकड़ों की प्रस्तुति की प्रमुख विधियां तालिका, आवृत्ति सारणी, आवृत्ति बंटन, काल सारिणी रेखाचित्र आदि हैं।
- एक तालिका आंकड़ों की स्तंभों और पंक्तियों में व्यवस्थित प्रस्तुति है।
- प्रत्येक तालिका के ये अनिवार्य अंग होते हैं–तलिका क्रम, शीर्षक, शीर्ष टिप्पणी, स्तंभ और पंक्ति शीर्षक, मुख्य भाग, पाद टिप्पणी और स्रोत।
- रेखाचित्र भी आंकड़ों की प्रस्तुति के महत्त्वपूर्ण माध्यम हैं–काल सारिणी रेखाचित्र, दंड आरेख, वृत्त चित्र आदि।
- दंड चित्र पाठक का ध्यान आकर्षित करने के इरादे से मोटी रेखा द्वारा बनाया गया रेखाचित्र होता है। इसकी ऊंचाई ही महत्त्वपूर्ण है, क्योंकि यही चर का मान दर्शाती है।
- दंड चित्र को हम उर्ध्व या क्षैतिज बना सकते हैं।
- यदि किसी योगफल के घटक भी दिखाने हों तो हम विभाजित दंड आरेख का प्रयोग करते हैं।

- वृत्त चित्र भी आंकड़ों के प्रस्तुति का एक प्रभावपूर्ण माध्यम है। ये एक वृत्त होता है, जिसके विभिन्न खंड योगफल के अंशों के अनुपात में होते हैं।
- जब किसी आर्थिक चर के साथ समय भी जुड़ा हो तो उसका आरेख काल सारिणी रेखाचित्र कहलाता है।

पाठांत प्रश्न

1. सांख्यिकीय तालिका क्या होती है? इसके अवयव बताइए?
2. एक तालिका बनाने का क्या उद्देश्य होता है? संदर्भ और पाठ तालिका का भेद भी स्पष्ट करें।
3. दंड चित्र क्या है? संक्षेप में इसके विभिन्न प्रकार समझाइए।
4. साधारण दंड, विभाजित दंड और बहुदंडीय चित्रों में भेद स्पष्ट करें।
5. वृत्त चित्र का अर्थ और उपयोग बताइए। इस तालिका के आंकड़े प्रयोग कर परिवार व्यय का वृत्त चित्र बनाइए–

क्रमांक	मदें	व्यय (रुपये में)
1	भोजन	480
2	वस्त्र	300
3	शिक्षा और मनोरंजन	330
4	किराया	450
5	अन्य	240
	कुल खर्च	1800

6. एक उदाहरण द्वारा काल सारिणी रेखाचित्र का अर्थ स्पष्ट करें।
7. इन आंकड़ों का प्रयोग कर एक काल सारिणी रेखाचित्र बनाइए :

एक फर्म का वार्षिक लाभ

वर्ष	लाभ (हजार रुपयों में)
2009	60
2010	72
2011	75
2012	65
2013	80
2014	95

8. एक रिक्त सारणी (स्वरूप) बनाइए, जिसमें निम्नलिखित के अनुसार 12वीं कक्षा के विद्यार्थियों का वितरण दर्शाया गया हो :

   (अ) विषय समूह जैसे–विज्ञान, कला और वाणिज्य

   (ब) लिंग जैसे–बालक और बालिकाएं

9. निम्नलिखित सारणी पांच वर्षों का वस्तु 'X' की विक्रय कीमत और लागत कीमत को प्रस्तुत करती है :

वर्ष	**2009**	**2010**	**2011**	**2012**	**2013**
विक्रय कीमत 'X'	105	110	120	90	160
लागत कीमत 'X'	100	80	120	120	140

   उपर्युक्त सूचना को एक ग्राफ पेपर पर एक रेखाचित्र के रूप में दर्शाइए। आपको कौन-से तरह का ग्राफ प्राप्त होता है?

10. निम्नलिखित आंकड़ों से आयत चित्र, आवृत्ति बहुभुज, 'से कम' तोरण और 'से अधिक' तोरण बनाइए।

अंक	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
विद्यार्थियों की संख्या	3	10	14	10	3

पाठगत प्रश्नों के उत्तर

7.1

1. (क) सत्य (ख) असत्य (ग) सत्य (घ) सत्य

2. (क) तालिका (ख) शीर्षक (ग) पंक्ति शीर्षक (घ) नीचे

7.2

1. (क) असत्य (ख) सत्य (ग) सत्य (घ) असत्य

2. (क) एक कोणीय (ख) घटक का अंश

7.3

(क) रेखा (ख) समय (ग) समय (घ) निर्भर

पाठांत प्रश्न

1. भाग 7.1 (क) और (घ) पढ़ें
2. भाग 7.1 (ख) और (ग) पढ़ें
3. भाग 7.2 पढ़ें
4. भाग 7.2 पढ़ें
5. भाग 7.3 पढ़ें
6. भाग 7.4 पढ़ें
7. भाग 7.4 पढ़ें

क्रियात्मक गतिविधियों के लिए संकेत

1. संकेत

विषय वर्ग	छात्र संख्या		कुल योग
	लड़के	लड़कियां	
विज्ञान			
कला			
वाणिज्य			
सकल			

(क) तालिका की क्रम संख्या, शीर्षक आदि अवयवों के नाम यथास्थान लिखें।

(ग) तालिका के मुख्य भाग में कल्पित आंकड़े लिखकर उसे पूरा भरें।

2. (क) वर्ष को x-अक्ष तथा विक्रय मूल्य एवं लागत मूल्य को y-अक्ष पर दिखाकर काल सारिणी रेखाचित्र बनाए।